

学校代码: 10246  
学 号: 16110190041

復旦大學

博 士 学 位 论 文  
(学术学位)

基于纳秒组合脉冲的精密拉曼物质波控制

**Precise Raman matterwave control with nanosecond composite pulses**

院 系: 物理学系

专 业: 光 学

姓 名: 裘李阳

指 导 教 师: 吴赛骏 教授

完 成 日 期: 2021 年 06 月 23 日



# 指导小组成员名单

吴赛骏 教 授



# 目录

摘要	I
Abstract	III
<b>第 1 章 绪论</b>	<b>1</b>
1.1 研究背景	1
1.1.1 拉曼原子干涉技术	2
1.1.2 组合脉冲容错方案	4
1.1.3 拉曼物质波操控技术前沿和局限	4
1.1.4 高速容错拉曼物质波操控技术的必要性及相关探索性应用	5
1.1.5 高精度拉曼物质波操控的应用前景	6
1.2 本文的研究内容	7
1.2.1 研究思路和目标	7
1.2.2 主要问题和方法	7
1.2.3 主要成果概括	9
1.3 本文的结构	9
<b>第 2 章 激光对原子的操控</b>	<b>21</b>
2.1 基本理论	22
2.1.1 二能级原子与激光相互作用	22
2.1.2 自发辐射的处理方法	24
2.1.3 原子在连续光场中的受力	27
2.1.4 受激拉曼跃迁的等效相互作用	32
2.1.5 动量晶格、原子干涉的速度类处理方法	35
2.1.6 多能级原子和近共振光场相互作用	35
2.1.7 多分量物质波的瞬态操控及实空间波函数描述	37
2.2 二分量物质波的几何控制	41

2.2.1	Bloch 球图像 . . . . .	41
2.2.2	物质波瞬态量子门 . . . . .	43
2.2.3	原子干涉仪的物质波量子门描述 . . . . .	44
2.2.4	通道保真度和量子门保真度 . . . . .	46
2.2.5	二能级原子的光强容错调控 . . . . .	48
2.3	数值方法 . . . . .	52
2.3.1	多分量原子与三维任意光场相互作用的数值模拟 . . . . .	52
2.3.2	最优控制的数值方法 . . . . .	53
<b>第 3 章</b>	<b>基于光学延迟纳秒脉冲的冷原子拉曼操控实验平台</b>	<b>63</b>
3.1	实验总览 . . . . .	63
3.2	百纳秒延时回射拉曼光路 . . . . .	64
3.3	光学任意波形发生系统 . . . . .	67
3.3.1	GHz 带宽任意波形拉曼脉冲发生系统 . . . . .	69
3.3.2	D2 线冷原子制备与探测波形生成 . . . . .	72
3.4	冷原子样品的制备 . . . . .	75
3.4.1	初级磁光阱与次级磁光阱 . . . . .	75
3.4.2	亚 Doppler 冷却与交叉偶极阱装载 . . . . .	76
3.5	原子超精细布居和反冲动量的提取 . . . . .	77
3.5.1	原子内态的归一化测量 . . . . .	78
3.5.2	原子外态的差分测量 . . . . .	79
3.6	面向原子干涉实验 . . . . .	80
<b>第 4 章</b>	<b>基于绝热拉曼技术的纳秒级二分量物质波几何相位门</b>	<b>83</b>
4.1	超精细结构多能级拉曼跃迁 . . . . .	84
4.1.1	交叉线偏振拉曼跃迁的等效多自旋动力学 . . . . .	85
4.1.2	非理想 SDK 的表征 . . . . .	87
4.2	绝热自旋相关瞬时加速 . . . . .	88
4.2.1	基于快速绝热通道的高效内态翻转 . . . . .	88
4.2.2	双次绝热 SDK 作为物质波相位门 . . . . .	90
4.3	绝热 SDK 的实现与保真度测量 . . . . .	91
4.3.1	绝热 SDK 的实现与优化 . . . . .	91
4.3.2	SDK 的效率与保真度 . . . . .	96
4.4	基于 Ramsey 干涉的双次绝热 SDK 测量 . . . . .	100
4.4.1	用于 Ramsey 干涉的分段绝热 SDK . . . . .	102

4.4.2	双次 SDK 操作的相位 . . . . .	102
4.5	绝热 SDK 应用于二分量物质波的几何控制 . . . . .	104
4.5.1	双次 SDK 的量子门保真度 . . . . .	105
4.5.2	非理想双次 SDK 的自旋泄漏 . . . . .	107
4.5.3	交替啁啾脉冲序列 . . . . .	109
4.5.4	动态相位的鲁棒消除 . . . . .	112
4.6	绝热 SDK 应用于原子干涉仪 . . . . .	113
<b>第 5 章</b>	<b>基于拉曼偏向转动组合脉冲的物质波任意量子门方案</b>	<b>123</b>
5.1	二分量物质波拉曼控制的速度极限 . . . . .	124
5.2	拉曼跃迁中的动态相位消除 . . . . .	127
5.2.1	动态相位的经典消除方案 . . . . .	128
5.2.2	拉曼跃迁中的偏向转动 . . . . .	131
5.3	基于偏向转动组合的容错控制 . . . . .	132
5.3.1	组合脉冲 . . . . .	132
5.3.2	组合脉冲参数确定 . . . . .	134
5.4	偏向转动方案的实验考量 . . . . .	136
5.4.1	控制参数的不精确性 . . . . .	137
5.4.2	偏向比容错的进阶组合脉冲 . . . . .	138
5.5	偏向转动组合脉冲的初步实验结果 . . . . .	140
<b>第 6 章</b>	<b>总结与展望</b>	<b>147</b>
	<b>攻读学位期间的研究成果</b>	<b>153</b>
	<b>致谢</b>	<b>155</b>





# 插图

1.1	基于物质波 Bragg 衍射和拉曼控制的原子干涉仪干涉路径示意图	2
2.1	二能级原子与激光相互作用示意图	22
2.2	偏振梯度冷却原理示意图	29
2.3	磁光阱示意图	31
2.4	受激拉曼跃迁示意图与速度类图像	33
2.5	激光与类碱金属结构原子多能级相互作用示意图	36
2.6	激光与类碱金属原子的受激拉曼跃迁全能级相互作用示意图	38
2.7	Bloch 球与几何相位示意图	42
2.8	重力仪干涉路径示意图	45
2.9	绝热过程示意图	49
3.1	实验装置总览	64
3.2	基于光学延迟系统的拉曼跃迁实验光路示意图	65
3.3	D1 线任意波形拉曼控制脉冲生成光路示意图	69
3.4	$^{85}\text{Rb}$ 和 $^{87}\text{Rb}$ D1 线能级图	71
3.5	D2 线冷原子制备与探测光学波形生成光路示意图	73
3.6	$^{85}\text{Rb}$ 和 $^{87}\text{Rb}$ D2 线能级图	74
3.7	主实验腔示意图	76
3.8	原子内外态测量时序图	79
4.1	超精细结构多能级的受激拉曼跃迁	85
4.2	拉曼绝热快速通道	90
4.3	原子样品的容错要求分析	93
4.4	绝热 SDK 动量转移测量及优化	94
4.5	绝热 SDK 动量转移及布居翻转结果	97
4.6	由实验测得的拉曼转移效率 $f_R$ 推断光学反射损失和绝热 SDK 操作的保真度	99

4.7	分段 SDK 的 Ramsey 干涉 . . . . .	101
4.8	$^{85}\text{Rb}$ D1 基态拉曼耦合 . . . . .	105
4.9	正反啁啾脉冲与交替啁啾脉冲序列 . . . . .	106
4.10	不同光强下经历多次 SDK 的 $m$ -自旋泄漏率 . . . . .	108
4.11	不同光强下经历多次 SDK 的 $m$ -自旋的量子门保真度 . . . . .	109
4.12	全同自旋对在 $U_{u,d}$ 作用下在本征态能量的演化 . . . . .	111
4.13	动态相位的消除 . . . . .	112
4.14	利用绝热 SDK 增大包围面积的拉曼原子干涉仪 . . . . .	114
4.15	绝热 SDK 应用于原子干涉仪对干涉相位的影响 . . . . .	116
5.1	二分量物质波拉曼控制的速度极限 . . . . .	125
5.2	魔术比例法与偏向转动法的对比 . . . . .	129
5.3	基于偏向转动的容错组合脉冲优化结果 . . . . .	135
5.4	控制参数不精确性对容错控制保真度的影响 . . . . .	137
5.5	对偏向比容错的组合脉冲波形和性能比较 . . . . .	139
5.6	偏向转动的量子门操作实验结果 . . . . .	141

# 摘要

对于二能级系统的精密控制是现代量子技术的基本工具。对于原子体系来说，二能级系统通常定义在一对长寿命的原子内态上，它们也常常被称作原子自旋。当原子自旋受到光学拉曼控制时，伴随着自旋的翻转，由自旋初态决定的光子反冲动量可被定向地转移到原子体系的质心运动上，使得原子系综形成自旋-运动耦合的物质波。对于这样一种二分量物质波，拉曼控制的失真主要来自控制过程中的低频微扰以及大原子样品感受到的光强不均匀性。因此，为了实现高保真的二分量物质波拉曼控制，高速和容错都是必要的条件。

本文的工作在借鉴离子阱量子计算与核磁共振等领域中高保真量子控制经验的基础上，借助光学延迟和组合纳秒脉冲技术，在介观原子样品中实现高速、高保真度的拉曼物质波几何容错控制。主要研究成果具体概括如下：

1. 纳秒脉冲拉曼物质波操控冷原子平台的搭建：包括冷原子偶极阱系统，时长约为 140 纳秒的光学延迟线和一套基于光纤电光边带调制、带宽高达 7 千兆赫，在亚纳秒尺度上波形任意可调的光学任意波形发生系统。运用这一套系统，我们在保证回射光路相位稳定、光子反冲动量方向方便可切换等传统优势的同时，突破调控带宽限制，运用空间分辨的相向传播纳秒脉冲实现拉曼动量转移的定向驱动。

2. 以上述纳秒脉冲拉曼物质波控制平台为基础，我们利用预编程的啁啾脉冲序列，对铷 85 冷原子气体在 40 纳秒内实现了拉曼转移效率近 99% 的绝热自旋相关瞬时加速 (SDK) 操作。该工作是迄今为止对介观样品速度最快，效率最高的拉曼物质波操控。结合光子反冲动量转移及超精细结构布居测量的精密建模数据分析，我们证明该 SDK 操作对应的保真度接近 98%。进一步，利用 Ramsey 拉曼干涉实验，我们验证了双次绝热 SDK 操控动态相位的精确抵消。

3. 在绝热 SDK 实验进展的基础上，我们提出了一种利用演化对称性的平衡交替脉冲序列来抑制中等单光子失谐下拉曼跃迁中普遍存在的动态相位及多能级自旋泄漏的相干误差积累。通过基于真实原子结构多分量物质波的精确数值模拟，我们论证了该方案在 80 倍等效波矢的大动量转移下，仍能实现近似无衍射相位误差的原子干涉条纹。该物质波相位门方案在中等失谐下高效驱动拉曼

跃迁，有望突破传统拉曼动量转移方案在低光强下大动量转移能力的局限。

4. 发展一类基于“偏向转动”的高效高精度瞬态物质波量子门技术：上述中等单光子失谐拉曼操控的一个重要特点是二分量物质波的光频移可以和拉曼耦合强度比拟，不能简单忽略，也因此在本工作以前并未受到相关领域重视。我们将斯塔克移动偏置下的拉曼“转动”称作“偏向转动”，进一步发现通过对组合脉冲动态编程，可以方便地以多个“偏向转动”实现二分量物质波的瞬态几何操控。在该类非常规二能级态矢量转动图像基础上，我们进一步针对真实多能级原子及实际光路，发展以  $SU(2)$  动力学优化为先导的组合脉冲实验设计流程，并对该类量子门操控进行了初步实验验证，实现了保真度近 90% 的操控效果。最后，明确了当前技术瓶颈并提出了改进方案。

本论文工作发展的瞬态拉曼物质波操控技术是 NMR 领域的组合脉冲技术思路在真实原子高速拉曼操控中的创新运用。在精密测量及量子计算领域不常见的拉曼工作区间，通过发展新型绝热和组合脉冲技术，抑制区间内难以避免的动态相位误差及自旋泄露，获得高速、高保真的二分量物质波拉曼操控能力。同时探索出一条以高效数值优化指导高带宽任意波形编程，实现二分量物质波容错量子调控的系统方案，并首次在纳秒时间内以具体实例初步展示了该类实验技术的实用性。不同于新近发展接近完美的离子阱技术，宏观样品拉曼物质波操控技术在精度、操控复杂度、容错性和动量传递能力等方面均有较大局限。我们希望本工作能够帮助推动发展基于高带宽波形动态编程的新型原子光学方案，支持大动量原子干涉等物质波操控技术的真正应用，并通过高保真度单体量子操控支持包括自旋压缩原子干涉，容错量子计算在内的下一代超冷原子/离子量子技术发展。

**关键词：**原子干涉；拉曼跃迁；多光子动量转移；几何控制；组合脉冲

# Abstract

Precise control of 2-level systems is a fundamental tool to modern quantum technology. For atoms, the controllable two-level systems are commonly defined on a pair of long-lived atomic internal states, which are often referred to as atomic spins. When the spins are controlled via optical Raman transitions, optically aligned photon recoil momentum can be transferred to the center-of-mass motion through a spin-flip, thereby entangle the spin and motion of the matterwaves. For such a spinor matterwave, infidelities of the Raman control mainly come from low-frequency perturbations and optical illumination inhomogeneities. As a result, a high operation speed and a high level of intensity error-resilience are necessary for precise Raman spinor matterwave control.

Inspired by successful implementations of high-fidelity quantum control in other areas such as trapped-ions quantum computing and Nuclear Magnetic Resonance (NMR), we realize precise geometric Raman control of spinor matterwave in mesoscopic atomic samples, by developing a optical delay-line based composite nanosecond pulse techniques. Major achievements of this PhD work are summarized as following:

1. We build a cold atom platform for the nanosecond Raman matterwave control. The platform includes laser-cooling and optical dipole trapping of cold atomic gas, a 140 nanoseconds optical delay-line, and an optical arbitrary waveform generator (OAWG) based on fiber-electro-optic side-band modulation of Watt level input. The OAWG produces 10 mW level pulses with around 7 GHz bandwidth for sub-nanosecond waveform shaping. Our Raman matterwave control system inherits established advantages associated with phase stability and switching momentum transfer directionality in the retro-reflection setup, while break the control bandwidth barrier in traditional Raman interferometry by spatial resolving counter-propagating nanosecond pulses.

2. We implement adiabatic spin-dependent kicks (SDK) on a Rb85 cold

atomic gas within 40 nanoseconds of around 99% transfer efficiency, which it is the fastest and the most precise Raman matterwave control hitherto for mesoscopic atomic samples. The measurements on hyperfine population and recoil momentum transfer are analyzed by precise numerical modeling, which we infer an SDK fidelity of 98%. Moreover, we demonstrate precise cancellation of dynamics phases in double adiabatic SDKs, using a nanosecond Ramsey interferometry driven by the counter-propagating pulses.

3. Based on the experimental progresses on adiabatic SDKs, we propose a type of chirp-alternating adiabatic sequence to suppress dynamic phase errors as well as multi-level spin leakage, which are quite inevitable for Raman transitions with moderate single-photon detunings at the “single kick” level. With the precise numerical simulations of multi-components matterwaves, for real atom involving multi-level transitions, we verify the validity of the scheme as a spinor matterwave phase gate for large momentum transferring atom interferometry. By efficiently driving moderately detuned Raman transitions, the spinor matterwave phase gate scheme has the potential to break the existing barrier of ability in traditional Raman atom interferometers associated with large momentum transfer with low intensity pulses.

4. We develop a class of transient matterwave quantum gates based on “biased rotations” that combines light-power efficiency with high fidelity. At the above mentioned regime of moderate single-photon detunings, light shifts between the spin components can be comparable to Raman coupling strength to compromise precise Raman control. We refer this kind of Stark shift biased Raman rotations as “biased rotations”. We demonstrate that by dynamical programming composite pulses, transient geometric control of spinor matterwaves can be achieved through suitable combinations of multiple “biased rotations”. Guided by this unconventional picture of state vector control on a Bloch sphere, we develop a whole procedure from  $SU(2)$  control optimization to experimental implementations of composite pulses to overcome control errors associated with “real atomic structures” and “real optics”. The composite spinor matterwave quantum gates are tested with our experimental platform, with preliminary results suggesting 90% efficiency. We analyze the technical limits for possible future improvements.

The precise transient spinor matterwave control technique developed in this PhD work can be viewed as an novel application of NMR composite pulses in the

scenario of multi-level matterwave Raman controls. The capacity of dynamic error suppression allow us to explore the unconventional regime of Raman control from precision measurements and quantum computing. Novel adiabatic and composite pulse techniques are developed to suppress dynamical phase errors and coherent spin leakage, so as to make Raman spinor matterwave control fast and accurate even with limited laser power. We develop a recipe to for achieving error-resilient quantum control of matterwaves, by guiding wideband pulse shaping with efficient numerical optimization of “real atom”, with preliminary experimental demonstrations already leading the field in speed and accuracy.

In contrast to the nearly perfected Raman control of trapped-ions in recent years, Raman matterwave controls of macroscopic samples are still limited in control precision, complexity, error-resilience and ability for large momentum transfer. We hope this PhD work can inspire novel schemes for atom optics based on wideband pulse shaping to support practical applications of large momentum transfer. The high-fidelity gates on large samples of matterwave may also be essential for the development of next generation quantum technology with ultra cold atoms as well as trapped-ions, such as for quantum spin-squeezed atom interferometry and fault-tolerant quantum computing.

**Keywords:** atom interferometry; Raman transitions; multi-photon momentum transfer; geometric control; composite pulses





# 第 1 章 绪论

## 1.1 研究背景

从原子钟到离子阱量子信息处理，一大类当代最重要的量子技术依赖于电磁场对碱金属原子的基态超精细结构及质心运动的精密操控。例如，对基态超精细自由度精密操控的典型案例是原子频标中对原子基态的微波相干操控<sup>[1-2]</sup>；对碱金属外态的远失谐脉冲光晶格操控被用于实现光子反冲动量的精密测量<sup>[3]</sup>，以及用于验证重力场原子运动的等效原理<sup>[4]</sup>等。然而我们注意到，在近共振光场中运动的原子，其超精细结构自由度和质心运动是耦合起来的。不同于微波操控，精巧设计的拉曼激光可以在反转超精细内态的同时传递光子反冲动量。自上个世纪 90 年代以来，基于拉曼脉冲激光的原子干涉技术成为精密传感类原子干涉的最重要技术，在重力探测<sup>[5-10]</sup>，重力梯度探测<sup>[11-14]</sup>，转动探测<sup>[15-18]</sup>等领域超越相应光学探测手段，形成重要的实用市场。基于拉曼缀饰的光晶格技术是超冷原子体系中形成自旋轨道耦合及人工规范场的重要技术之一<sup>[19-20]</sup>，而将量子信息编码于离子的超精细结构，拉曼脉冲实现的自旋运动纠缠操作更是实现离子阱双比特量子门<sup>[21-23]</sup>，形成高效量子纠错码的重要手段<sup>[24-25]</sup>。

和所有光学操控技术一样，对宏观原子样品来说，光学拉曼操控的精度受限于光强分布和照明不均。该技术困难在离子阱等技术领域，由于原子样品小，相对容易获得解决。而在原子干涉及超冷原子操控等应用中，原子样品常在  $10\ \mu\text{m}$  以上的介观和宏观尺度，照明光强不均极大的限制了此类拉曼操控技术的精度，也因此限制了一大类旨在增强光子反冲动量的“迭代拉曼跃迁大动量转移”技术在此类应用中的实用化<sup>[26-28]</sup>。而在面向多体“自旋压缩”<sup>[29-31]</sup>等量子技术的应用时，低效的拉曼物质波单体操控技术已成为提取多体量子资源用于精密干涉测量的技术瓶颈<sup>[32-33]</sup>。突破该类瓶颈，增强拉曼光物质波量子操控的精度，是本论文的研究初衷。

以下本节首先从原子干涉技术开始引入拉曼二分量物质波操控技术及其前沿应用，讨论该类技术在操控精度上的局限。然后论述为突破该类精度限制，引入“组合脉冲”“几何操控”技术的充分性，以及在纳秒时间尺度上实现该类组合

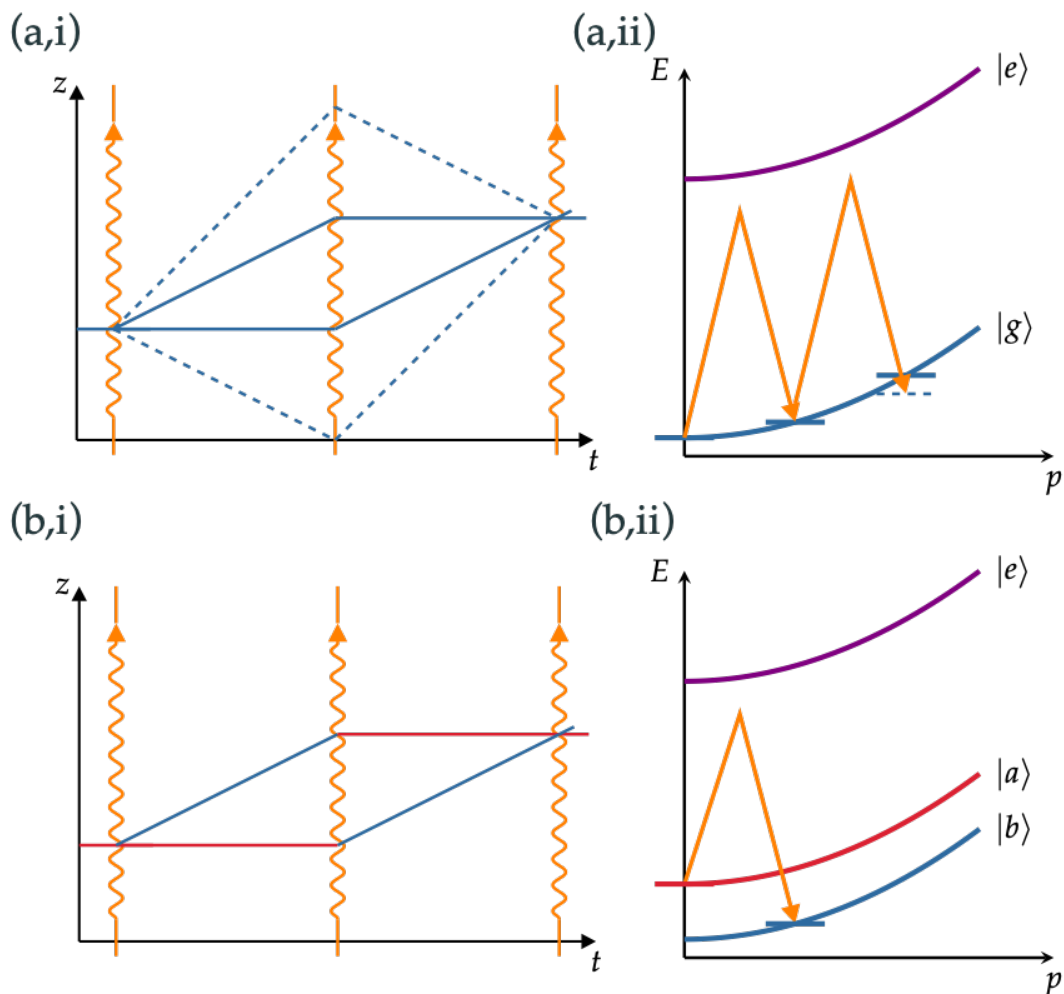


图 1.1: 基于物质波 Bragg 衍射 (a,i) 和拉曼控制 (b,i) 的原子干涉仪干涉路径示意图。图 (a,ii) (b,ii) 是相应的单分量和二分量物质波操控能级图,  $E = E_0 + p^2/2M$ ,  $E_0$  为原子内态能量。

脉冲技术的必要性。在回顾相关理论和实验发展相关工作后, 给出本论文工作的创新思路, 基本方法和技术难点。最后就博士期间的工作成果做出总结性介绍。

### 1.1.1 拉曼原子干涉技术

量子力学要求微观粒子的运动由波函数描述。和光子一样, 当原子从 A 点到 B 点的宏观运动允许两条经典路径时, 其传播概率包含由作用量差决定的干涉项。原子干涉技术 (atom interferometry) 即是通过原子运动的相干操控来产生多路径干涉, 提取相位信息, 并用于精密测量。然而和光干涉仪不同的是, 由于原子的内部自由度复杂及相关表面吸附效应, 类似于光学反射镜的物质波相

干操控元件并不存在<sup>[34-35]</sup>，物质波的分束和反射几乎完全依赖于周期性结构的衍射效应。事实上，第一代原子干涉仪是由精密加工的纳米透射栅形成原子 de Broglie 波前的分割衍射和干涉<sup>[36-37]</sup>实现的。

准直光束是理想的周期性物质波调节元件。随着激光技术以及相应脉冲光整形技术的发展，自 1990 年代起，光脉冲原子干涉技术逐渐取代纳米栅衍射技术，成为原子干涉技术主流<sup>[37]</sup>。由于原子内态的存在，光对物质波的操控可分为“内态无关”和“内态相关”技术。如图 1.1 (a) 所示，脉冲光晶格运用 Stark 效应对超冷原子实现相位调制，常可获得接近 90% 的高阶 Bragg 衍射效率，是当前超冷原子干涉精密测量的重要技术<sup>[3-4,38]</sup>。另一方面，图 1.1 (b) 所示的拉曼原子干涉是基于光对原子基态超精细结构的拉曼物质波操控。由于引入了原子内态，拉曼物质波操控的动力学和 Ramsey 微波操控<sup>[1-2,39]</sup>非常类似，只是相向传播的拉曼光携带的动量远大于微波光子动量，形成二分量（旋量）物质波 (spinor matterwave) 的有效操控。

注意到无论是 Bragg 技术还是拉曼技术，物质波相干操控的核心指标均包括光子反冲动量大小及操控精度。光子动量可以写为  $\hbar\mathbf{k}_{\text{eff}}$ ， $\mathbf{k}_{\text{eff}}$  是多光子跃迁的等效波矢。事实上，该反冲动量决定了干涉路径间的相对运动 de Broglie 波长，也即直接决定了”物质波光程差“的测量精度，因此，提升  $\hbar k_{\text{eff}}$  是增强原子干涉精度的关键技术<sup>[26]</sup>。

另一方面，原子干涉中的物质波控制精度可以由物质波控制保真度来刻画  $f_{\psi}(\tilde{U}, U) = \left| \langle \psi | U^{\dagger} \tilde{U} | \psi \rangle \right|^2$ ，这里  $|\psi\rangle$  是原子的波函数，而  $U$  和  $\tilde{U}$  分别表示理想操控及相应实际操控的量子力学演化算符，在如图 1.1 的光脉冲原子干涉仪中，实际操控由图 (a-b, i) 的光脉冲和原子的相互作用实现。为确保最后原子干涉条纹拥有足够的反衬度， $f(\tilde{U}, U)$  对实验条件下的所有原子态都必须足够大。

如图 1.1 (a) 面向单分量物质波操控的 Bragg 技术和图 1.1 (b) 面向二分量物质波操控的拉曼技术的一个本质区别来自物质波的态空间维度。对于 Bragg 衍射技术来说，基于双光子跃迁的光晶格调控对象是物质波的连续运动态（色散关系如图 (a,i) 所示）。虽然通过调节光晶格和原子间的相对运动速度，可获得共振 Bragg 衍射，然而该类共振衍射技术对超冷原子的相干性及操控时间均有极高要求，例如需要原子的平均热速度远低于反冲速度 ( $v_T \ll v_r = \hbar k_{\text{eff}}/M$ ， $M$  表示原子质量)，并要求长时间操作，才能抑制高阶衍射的干扰。此外，由于 Bragg 衍射效率高度依赖于光强，此类技术事实上无法获得接近 100% 的操控效率。

不同于驻波光场对准连续态物质波的 Bragg 操控，如图 1.1 (b) 所示的物质波共振拉曼操控技术可以相当精确地被描述为和 Ramsey 干涉<sup>[39]</sup>类似的二能级动力学。因为没有高阶衍射的扰动，可以更容易在特定操控光强下实现  $f = 100\%$

操控保真度。而在运用聚焦激光实现对大原子样品调控时,原则上可以借助 NMR 等领域发展出的组合脉冲技术<sup>[40-42]</sup>来实现光强容错。因此,面向提高物质波操控精度这一目标,拉曼物质波操控技术是本论文工作的聚焦点。

### 1.1.2 组合脉冲容错方案

以上我们已经提到了“光强容错操控”的概念。更加一般的来说,运用不完美的控制资源实现完美的操控是控制论的重要课题,在经典力学操控中常被称作控制的鲁棒性要求(control robustness)。在量子调控领域,可以证明,光强容错操控是一类基于操控态矢量几何相位积累的几何相位操控技术(详见章节 2.2.5)。由于运动状态的量子分立性,从核磁共振领域发展起来的组合脉冲容错操控技术可获得经典操控难以理解的鲁棒性,是本论文工作拓展运用到拉曼物质波操控的重要方法。在核磁共振(nuclear magnetic resonance, NMR)领域,组合脉冲(composite pulse)作为一个用来抑制系统误差的技术历经几十年的发展,已经被广泛地研究和应用<sup>[43-45]</sup>。所谓组合脉冲,就是指将量子控制对应的单个脉冲代替为一组强度、相位或者时长可调的子脉冲,通过增加控制的自由度进而提升其对如控制场强度等系统误差的容错性。同时,对控制场强度容错的组合脉冲所对应的量子控制也被证明可以动态消除控制过程中的动态相位<sup>[46]</sup>及多能级干扰<sup>[47]</sup>。

近十年来,组合脉冲在各种二能级量子体系中都得到了重要的应用<sup>[48-49]</sup>。如在 2014 年, Vitanov 小组论证了组合脉冲对于容错布居翻转的高效性并在  $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$  晶体中得到了验证;2015 年,杜江峰老师实验组在金刚石色心中利用组合脉冲实现了平均保真度超过 99% 的单、双比特量子门<sup>[41]</sup>;2018 年,英国的 Freearde 小组理论上证明了对于速度展宽较大的原子组合脉冲仍然可以实现相对高效的原子干涉重定向操作<sup>[50]</sup>。此外,对于一些(准)绝热过程,其含时哈密顿量对应的脉冲也可以视作广义的组合脉冲。如 2016 年,朱诗亮老师组和陈玺老师合作一起在冷原子体系中论证了利用绝热捷径加速的受激拉曼快速通道(STIRAP)实现高保真度的态制备<sup>[51]</sup>。

### 1.1.3 拉曼物质波操控技术前沿和局限

当前拉曼物质波精密操控技术主要运用于原子干涉及离子阱量子信息处理。基于本世纪初的理论提案<sup>[52-54]</sup>,近年来单离子“自旋相关动量转移”技术<sup>[22,55]</sup>作为一类重要的高速量子比特门辅助技术迅速发展。

Wineland-Monroe 方案:注意到如图 1.1 (b) 所示的共振拉曼过程必然伴随二分量基态的 Stark 移动,对其精细控制是保真操控精度的关键之一(该效应会

在本论文第 4、5 章详细说明)。Wineland 在 2003 年提出通过将单光子失谐调节至多精细结构能级之间实现 Stark 效应的互相抵消<sup>[56]</sup>，这一方案最早由 Monroe 组于 2013 年实现<sup>[22]</sup>。本论文中，我们将该方案称为 Wineland-Monroe 方案；具体来说，该实验利用两束相向传播的皮秒锁模脉冲激光，在 2.7 ns 的时长下实现了保真度  $\sim 94\%$  的二分量波分量翻转控制。与此类似，2018 年英国的 Lucas 实验组同样在亚微秒尺度上实现了离子自旋-运动的耦合，其保真度可以达到 99% 以上。由于该类方案中拉曼跃迁工作于 THz 级的单光子失谐，需要很高的光强，常必须将拉曼激光强聚焦于微观囚禁的单离子样品。

Chu-Kasevich 方案：不同于极远失谐的 Wineland-Monroe 方案，为了高效运用有限的激光功率操控大原子样品，上个世纪 90 年代朱棣文组提出通过调节受激拉曼跃迁两个臂的强度比例，抵消对应光频移<sup>[57-58]</sup>，本论文将该方案称为 Chu-Kasevich 方案。Chu-Kasevich 方案高效地利用了有限激光功率并实现了“近共振”拉曼跃迁的相对光频移去除，在国内外经典的原子干涉精密测量实验中得到了广泛的应用<sup>[5,27,59-60]</sup>；但是另一方面，可以证明，该方案要求单光子失谐量小于基态超精细分裂。这一限制极大的局限了拉曼物质波对多能级扰动及自发辐射的抑制（详见第 5 章）。

#### 1.1.4 高速容错拉曼物质波操控技术的必要性及相关探索性应用

与离子阱体系形成鲜明对比，在发展历史更久的脉冲拉曼原子干涉技术中，拉曼物质波操控精度有限。例如，由华中科技大学胡忠坤老师组发展的当今顶级测量精度脉冲光拉曼原子干涉仪<sup>[7]</sup>，其工作干涉条纹反衬度仅在 20% 左右。此类精密测量实验必须保证足够常的测量时间，原子样品尺寸由于自由飞行变大，拉曼光照明难以保证均匀。为克服照明不均的影响，美国 Draper 实验室的 Stoner 实验组在 2015 年在 25  $\mu\text{s}$  的时长下实现了基于绝热拉曼布居转移、单次翻转效率达  $\sim 96\%$  的容错拉曼控制，并成功实现高达 30 倍光子动量的物质波分束<sup>[27]</sup>；此后加州大学 Berkeley 分校的 Müller 实验组在 2018 年在  $\sim 200 \mu\text{s}$  的时长下达到了类似的 96% 的操控效率<sup>[28]</sup>。相关理论研究还包括英国的 Freearde 小组理论上提出数值优化的组合脉冲可以用来实现容错的物质波拉曼操控，然而实验验证的效果非常有限<sup>[50,61-62]</sup>。可以看到，相比于囚禁离子体系，对于大尺寸样品原子的物质波控制，不论是控制的速度还是最终的保真度上，其均仍有很大的差距。

对于组合脉冲在冷原子气体实现拉曼量子控制所遇到的困难，其主要原因在于原子体系量子控制的特殊性。首先，对于组合脉冲本身，其强大的容错性是以相比于不容错的脉冲更大的时长（脉冲面积）为代价的<sup>[40]</sup>。在此情况下，对

于原子体系控制中一些内禀的误差就更容易产生积累，如：更长的脉冲面积会使得自发辐射造成的退相干进一步破坏控制的保真度；碱金属原子的多能级结构的微扰可能会造成二分量物质波的内态布居泄漏<sup>[63]</sup>等。其次，容错脉冲的脉冲时间  $\tau_{\text{tot}}$  必须足够短。组合脉冲对于系统误差的“动态消除”是基于脉冲波形的精确可控性，即脉冲的强度、相位等各种参数能与预期匹配，且在控制过程中保持稳定。因此，为了能够获得成功贯彻组合脉冲方案，一方面我们需要面对如激光的功率、频率涨落等噪音，另一方面需要考虑原子气体中的原子运动以及控制光的散斑噪声等一些难以避免的系统误差，此类技术噪声均具有  $1/f$ -类的频谱特性，需要足够短的脉冲才可确保抑制。总之，为了解决组合脉冲在原子气体中面对的上述的问题，其相对应的主要需求如下：足够大的单光子失谐量以抑制自发辐射损失，同时更高功率的激光脉冲以应对提高的失谐量并进一步提升拉曼跃迁速度；发展新型的少能级体系量子调控方案以解决多能级微扰的问题；高带宽且精确任意可控的脉冲整形技术以更快更理想地完成组合脉冲。

### 1.1.5 高精度拉曼物质波操控的应用前景

以上已经论述了拉曼物质波操控精度的提高依赖于高速容错操控技术的发展。在讨论该技术革新面临的全新挑战及解决方案以前，我们尝试展望一下突破当前拉曼物质波调控局限，对介观和宏观样品实现类似于微观离子阱高精度拉曼操控的应用前景。

首先，当拉曼物质波操控的保真度可以达到 99% 以上，其  $N$  次累加实用可大大提高物质波自旋相关相空间分离速度（详见第 4 章）。如 1.1 节提到，累加以后的等效光子波矢  $N\mathbf{k}_{\text{eff}}$  直接贡献于测量精度的提高，进而实现原子干涉领域拉曼大动量转移技术的实用化<sup>[26]</sup>。除了常规的原子干涉仪以外，高速高效二分量物质波操控在冷原子体系中还有其他巨大的应用潜能。首先，量子光学知识告诉我们，多体纠缠资源的运用受限于单体（线性）操控的精度<sup>[64]</sup>。为了突破原子干涉中的经典极限（散粒噪音极限），美国斯坦福大学的 Kasevich 组在 2016 年成功将原子超精细结构的内态自旋压缩到了 20 dB<sup>[29]</sup>。然而受困于低保真度拉曼控制对量子资源造成的巨大损失，将内态自旋的压缩高效地转移成物质波外态运动的压缩是一个数年来没有很好解决的技术难题<sup>[33,65]</sup>。发展一套能对宏观样品中的所有原子均能实现高保真自旋-运动耦合的拉曼控制技术，可支持将量子压缩应用于惯性测量中，这也是下一代基于自旋压缩的量子惯性传感器 (quantum sensor) 的一大重要方向。又比如，利用中性原子进行量子计算<sup>[66-67]</sup> 中一个极其重要的步骤就是量子比特态 (qubit state) 的测量和读取。2019 年，美国宾州州立大学的 Weiss 组利用自旋相关的矢量光频移将光晶格中的 160 个原子比特关

于比特态拉开，实现了荧光成像时原子比特态与位置的纠缠，将读取的保真度提高到了 99.94%<sup>[68]</sup>。而通过将这一自旋相关的力替换为高速高效的自旋-运动耦合拉曼控制，将有机会进一步推广该类技术的应用范围。更加一般的，以极高的速度实现超冷原子不同自旋分量的相空间分离是抑制低频扰动，精密控制自旋交换作用的重要手段。例如，在超冷原子的量子模拟中<sup>[69]</sup>，远离平衡态的淬火动力学 (quench dynamics) 一直是一个被广泛研究但仍蕴含这大量未知物理的话题。对于一个远小于多体热化时间的拉曼操作，将是研究自旋淬火的一个很好的工具<sup>[70]</sup>。

## 1.2 本文的研究内容

### 1.2.1 研究思路和目标

以上我们已经阐述了精密拉曼物质波操控对于提高原子干涉精密测量精度是一个必要的、亟待发展的技术。而为了实现大原子样品的精密拉曼物质波操控，借助于在原子内态操控中已经有成功应用的组合脉冲技术，以实现光强容错控制就是一个很自然的选择。同时基于组合脉冲对系统误差实行的是“动态”消除的原理，我们需要容错控制能够高速实现，以抑制原子运动和激光功率涨落的影响、保持组合脉冲应用期间的控制参数的稳定。另一方面，回顾传统原子干涉中为了实现抑制动态衍射相位误差而使用的 Chu-Kasevich 方案，我们发现其工作区间由于自发辐射和多能级动力学的限制，并不能支持高速多脉冲操控；而离子阱体系中的 Wineland-Monroe 方案的工作区间则受限于激光功率的利用效率，并不适合应用于介观到宏观的大原子样品调控。因此，我们需要突破传统方案，寻找新的拉曼操控工作区间。

基于上述思路，我在这里给出本文的目标：突破 Chu-Kasevich 原子干涉方案及 Wineland-Monroe 离子阱方案对拉曼光工作区间限制，在纳秒时间尺度运用低功率组合脉冲技术动态消除光强相关操作误差及多能级布居泄露，发展面向下一代原子干涉及离子阱技术对大原子样品的近完美拉曼物质波操控技术。

### 1.2.2 主要问题和方法

对于在类碱金属结构的原子的宏观样品中实现纳秒级高效的拉曼物质波控制，其需要面对和解决的问题是多样的，其中的部分内容前文已有涉及。以下将简述最重要问题，并讨论我们的解决方案。

## 超越二能级

除了不可避免的激发态自发辐射以外，另一个使得纳秒拉曼物质波控制需要面对超越二能级的模型的原因源自于类碱金属原子内禀的超精细多能级结构；而对于拉曼操控来说，无论是二分量的物质波还是量子计算中的量子比特等，它们都需要“孤立”的二能级。但是深入的分析发现，当近共振拉曼控制速度接近纳秒尺度时，常规通过施加偏置磁场以孤立特定塞曼子能级的方法<sup>[60,71-72]</sup>已经变得不现实，因此建立模型分析整个基态超精细结构的多能级动力学是必要的（详见第 4 章的工作）。

## 衍射相位

对于定义在两个超精细结构基态的受激拉曼跃迁来说，一个不可避免的问题就是驱动两个基态到激发态的跃迁的两束激光对于另一个跃迁来说存在串扰 (crosstalk)。这一串扰对于拉曼跃迁最直接的影响就是使得两个基态之间的相对光频移 (AC 斯塔克频移) 并不能简单地互相抵消，进而使得物质波干涉中出现衍射相位。同时，传统解决这一问题的 Chu-Kasevich 方案和 Wineland-Monroe 方案的工作区间，如上文所讨论的，并不适合于大原子样品的纳秒级精密拉曼物质波操控。对此，我们的思路原点是放弃传统方案任意时刻光频移的抵消，转而考虑总动态相位的动态去除。本文论证的方案主要有两种：利用快速绝热过程动态相位的对称性，通过施加双次该操作使其动态相位互相抵消以达成几何控制（详见第 4 章）；利用受激拉曼跃迁的“偏向转动”和组合脉冲的性质，通过对脉冲形状的最优控制数值优化在单次操作中实现动态相位的消除（详见第 5 章）。

## 实验和理论方法

从技术层面看，利用组合脉冲实现纳秒级的精密拉曼物质波控制的脉冲整形技术需要满足输出带宽大于基态的超精细分裂以涵盖拉曼跃迁的两臂并且在亚纳秒尺度上可精确调节。由于“传统”的光调制手段在纳秒-微秒时间尺度的脉冲整形技术空白<sup>[73-78]</sup>，我们在实验中发展了一套基于光纤电光调制的边带调制的全新高带宽光学任意波形产生技术以实现我们期望的脉冲序列（详见章节 3.3）。同时，我们搭建了一套百纳秒级的光学延迟系统，保留传统原子干涉拉曼回射光路的相位稳定性及光子反冲动量方向切换能力的同时突破调控带宽的频域限制，通过实现纳秒脉冲的空间分辨获得纳秒级定向拉曼操控（详见章节 3.2）。

从理论模型的角度，我们发展了一个三维空间的光场与类碱金属原子的多能级相互作用的分析模型，涵盖了任意波形激光对原子的内外态操控，并编写了



一套对应的基于 MATLAB 语言的程序包（详见第 2 章）。同时，我们分析建立了远失谐下受激拉曼跃迁过程简化二能级体系与原子多能级动力学的对应关系，并发展了一套从理论数值优化到实验执行的完整流程（详见第 5 章）。

### 1.2.3 主要成果概括

本文的研究涉及原子物理、激光冷却、脉冲整形与量子控制等诸多主题，且理论与实验并重。本文的主要研究成果如下：

- 基于百纳秒延时线的高速拉曼原子干涉平台建设。
- 40 ns 脉冲绝热自旋相关瞬时加速技术以及对应几何相位门的实验实现。
- 基于“偏向转动”的近超精细作用速度极限的高效拉曼物质波量子门的论证。
- 面向真实光路、真实原子、实验操控的复杂组合脉冲数值优化技术发展。

## 1.3 本文的结构

本文共分为六章，其中：

- 第 1 章（本章）为全文的绪论。我在这一章中介绍了本文的研究背景，给出了本论文的研究思路和目标，并且对其中几个重要主题进行了简要讨论，同时概括了本文的研究成果。
- 第 2 章介绍了本文的理论。我将从基本的二能级、三能级模型出发介绍激光对原子操控的基本理论，阐述激光冷却、拉曼控制的基本原理和原子干涉的经典速度类描述。接下来我会介绍物质波的实空间波函数描述，并引入量子计算与量子信息中量子门的概念，阐述二分量物质波的量子控制理论。最后，我会介绍在本文工作中所涉及到的数值模型及具体算法。
- 第 3 章介绍基于光学延迟纳秒脉冲的冷原子拉曼操控实验平台。在此章中我将介绍我们的纳秒光学任意脉冲如何产生以及如何应用光学延迟线实现相位稳定且加速方向可切换的拉曼物质波控制。同时，我还会介绍实验冷原子样品的详细制备以及探测流程，并且讨论未来原子干涉仪的实现。
- 第 4 章介绍利用绝热自旋相关瞬时加速实现二分量物质波容错几何相位门的工作。在此章中我将介绍绝热自旋相关瞬时加速的概念，并给出其在

超精细流形上的动力学；在实验上，我们借助原子超精细结构基态之间的拉曼跃迁、利用光学延迟线中的啁啾脉冲成功实现了高效的拉曼绝热自旋相关瞬时加速，并结合实验测量和数值模型给出这一量子控制的保真度；进而我们利用 Ramsey 干涉实验证明利用这一高保真度量子控制的双次操作可以实现内态的几何相位门；同时，为了应对实验中光学延迟线上不可避免的光学损失所造成的非平衡拉曼跃迁以及超精细流形上的微扰自旋泄漏，我们提出了正反啁啾交替的脉冲序列，并利用数值模拟证明了其鲁棒性；最后，我们利用一维物质波的全量子模拟，论证了绝热自旋相关瞬时加速在原子干涉仪中的实际应用。

- 第 5 章介绍对二分量物质波实现近速度极限的容错任意几何量子门的工作。在此章中我将首先讨论为何物质波控制的速度受到原子能级的限制；然后，我将回顾在各种体系中处理拉曼跃迁中的动态相位的解决方案、它们的优劣势以及它们的速度限制，并给出我们的方案——偏向转动；进一步，我们利用组合脉冲方案实现了对控制场强度容错的几何控制以对抗宏观样品中的光强不均匀性；在此基础上，我们研究了实际脉冲的控制精度以及光路的光学损失等实验上非理想情况下组合脉冲的鲁棒性；最终，我将展示利用偏向转动的组合脉冲在宏观原子样品中实现容错几何量子门的初步实验结果。
- 第 6 章总结本文的研究内容及成果，并展望我们的物质波几何控制技术的应用前景。

## 参考文献

- [1] WYNANDS R, WEYERS S. Atomic fountain clocks[J/OL]. *Metrologia*, 2005, 42(3): S64-S79. DOI: 10.1088/0026-1394/42/3/s08.
- [2] REN W, LI T, QU Q, et al. Development of a space cold atom clock[J/OL]. *National Science Review*, 2020, 7(12): 1828-1836. DOI: 10.1093/nsr/nwaa215.
- [3] PARKER R H, YU C, ZHONG W, et al. Measurement of the fine-structure constant as a test of the Standard Model[J/OL]. *Science*, 2018, 360(6385): 191-195. DOI: 10.1126/science.aap7706.
- [4] ASENBAUM P, OVERSTREET C, KIM M, et al. Atom-Interferometric Test of the Equivalence Principle at the 10–12 Level[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(19): 191101. DOI: 10.1103/physrevlett.125.191101.
- [5] PETERS A, CHUNG K Y, CHU S. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms[J/OL]. *Nature*, 1999, 400(6747): 849-852. DOI: 10.1038/23655.
- [6] ZHOU M K, HU Z K, DUAN X C, et al. Performance of a cold-atom gravimeter with an active vibration isolator[J/OL]. *Physical Review A*, 2012, 86(4): 043630. DOI: 10.1103/PhysRevA.86.043630.
- [7] HU Z K, SUN B L, DUAN X C, et al. Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter[J/OL]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043610. DOI: 10.1103/physreva.88.043610.
- [8] ZHANG X, ZHONG J, TANG B, et al. Compact portable laser system for mobile cold atom gravimeters[J/OL]. *Applied Optics*, 2018, 57(22): 6545. DOI: 10.1364/AO.57.006545.
- [9] HUANG P W, TANG B, CHEN X, et al. Accuracy and stability evaluation of the 85 Rb atom gravimeter WAG-H5-1 at the 2017 International Comparison of Absolute Gravimeters[J/OL]. *Metrologia*, 2019, 56(4): 045012. DOI: 10.1088/1681-7575/ab2f01.

- [10] WU X, PAGEL Z, MALEK B S, et al. Gravity surveys using a mobile atom interferometer[J/OL]. *Science Advances*, 2019, 5(9): eaax0800. DOI: 10.1126/sciadv.aax0800.
- [11] SNADDEN M J, MCGUIRK J M, BOUYER P, et al. Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(5): 971-974. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.971.
- [12] SORRENTINO F, LIEN Y H, ROSI G, et al. Sensitive gravity-gradiometry with atom interferometry: progress towards an improved determination of the gravitational constant[J/OL]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(9): 095009. DOI: 10.1088/1367-2630/12/9/095009.
- [13] SORRENTINO F, BERTOLDI A, BODART Q, et al. Simultaneous measurement of gravity acceleration and gravity gradient with an atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101(11): 114106. DOI: 10.1063/1.4751112.
- [14] SORRENTINO F, BODART Q, CACCIAPUOTI L, et al. Sensitivity limits of a Raman atom interferometer as a gravity gradiometer[J/OL]. *Physical Review A*, 2014, 89(2): 023607. DOI: 10.1103/PhysRevA.89.023607.
- [15] CANUEL B, LEDUC F, HOLLEVILLE D, et al. Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(1): 010402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.010402.
- [16] DURFEE D S, SHAHAM Y K, KASEVICH M A. Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(24): 240801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.240801.
- [17] YAO Z W, LU S B, LI R B, et al. Calibration of atomic trajectories in a large-area dual-atom-interferometer gyroscope[J/OL]. *Physical Review A*, 2017, 97(1): 013620. DOI: 10.1103/physreva.97.013620.
- [18] DAVIS E J, PERIWAL A, COOPER E S, et al. Protecting Spin Coherence in a Tunable Heisenberg Model[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(6): 060402. DOI: 10.1103/physrevlett.125.060402.

- [19] DALIBARD J, GERBIER F, JUZELIŪNAS G, et al. Colloquium: Artificial gauge potentials for neutral atoms[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2011, 83(4): 1523-1543. DOI: 10.1103/revmodphys.83.1523.
- [20] HUANG L, MENG Z, WANG P, et al. Experimental realization of two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases[J/OL]. *Nature Physics*, 2016, 12(6): 540-544. DOI: 10.1038/nphys3672.
- [21] WINELAND D J, MONROE C, ITANO W M, et al. Experimental issues in coherent quantum-state manipulation of trapped atomic ions[J/OL]. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 1998, 103(3): 259. DOI: 10.6028/jres.103.019.
- [22] MIZRAHI J, SENKO C, NEYENHUIS B, et al. Ultrafast Spin-Motion Entanglement and Interferometry with a Single Atom[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(20): 203001. DOI: 10.1103/physrevlett.110.203001.
- [23] WONG-CAMPOS J D, MOSES S A, JOHNSON K G, et al. Demonstration of Two-Atom Entanglement with Ultrafast Optical Pulses[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(23): 230501. DOI: 10.1103/physrevlett.119.230501.
- [24] FLŪHMANN C, NGUYEN T L, MARINELLI M, et al. Encoding a qubit in a trapped-ion mechanical oscillator[J/OL]. *Nature*, 2019, 566(7745): 513-517. DOI: 10.1038/s41586-019-0960-6.
- [25] LU Y, ZHANG S, ZHANG K, et al. Global entangling gates on arbitrary ion qubits[J/OL]. *Nature*, 2019, 572(7769): 363-367. DOI: 10.1038/s41586-019-1428-4.
- [26] MCGUIRK J M, SNADDEN M J, KASEVICH M A. Large Area Light-Pulse Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(21): 4498-4501. DOI: 10.1103/physrevlett.85.4498.
- [27] KOTRU K, BUTTS D L, KINAST J M, et al. Large-Area Atom Interferometry with Frequency-Swept Raman Adiabatic Passage[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(10): 103001. DOI: 10.1103/physrevlett.115.103001.
- [28] JAFFE M, XU V, HASLINGER P, et al. Efficient Adiabatic Spin-Dependent Kicks in an Atom Interferometer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(4): 040402. DOI: 10.1103/physrevlett.121.040402.

- [29] HOSTEN O, ENGELSEN N J, KRISHNAKUMAR R, et al. Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms[J/OL]. *Nature*, 2016, 529(7587): 505-508. DOI: 10.1038/nature16176.
- [30] LUO X Y, ZOU Y Q, WU L N, et al. Deterministic entanglement generation from driving through quantum phase transitions[J/OL]. *Science*, 2017, 355(6325): 620-623. DOI: 10.1126/science.aag1106.
- [31] LIU Q, WU L N, CAO J H, et al. Nonlinear interferometry beyond classical limit enabled by cyclic dynamics[J/OL]. *Nature Physics*, 2022, 18(2): 167-171. DOI: 10.1038/s41567-021-01441-7.
- [32] SZIGETI S S, NOLAN S P, CLOSE J D, et al. High-Precision Quantum-Enhanced Gravimetry with a Bose-Einstein Condensate[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(10): 100402. DOI: 10.1103/physrevlett.125.100402.
- [33] ANDERS F, IDEL A, FELDMANN P, et al. Momentum Entanglement for Atom Interferometry[A]. 2020. arXiv:2010.15796.
- [34] JUDD T E, SCOTT R G, MARTIN A M, et al. Quantum reflection of ultracold atoms from thin films, graphene and semiconductor heterostructures [J/OL]. *New Journal of Physics*, 2011, 13(8): 083020. DOI: 10.1088/1367-2630/13/8/083020.
- [35] WOODS L M, DALVIT D A R, TKATCHENKO A, et al. Materials perspective on Casimir and van der Waals interactions[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2016, 88(4): 045003. DOI: 10.1103/revmodphys.88.045003.
- [36] KEITH, EKSTROM, TURCHETTE, et al. An interferometer for atoms. [J/OL]. *Physical review letters*, 1991, 66(21): 2693-2696. DOI: 10.1103/PhysRevLett.66.2693.
- [37] CRONIN A D, SCHMIEDMAYER J, PRITCHARD D E. Optics and interferometry with atoms and molecules[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, 81(3): 1051-1129. DOI: 10.1103/revmodphys.81.1051.
- [38] MÜLLER H, CHIOU S W, LONG Q, et al. Atom Interferometry with up to 24-Photon-Momentum-Transfer Beam Splitters[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(18): 180405. DOI: 10.1103/physrevlett.100.180405.

- [39] RAMSEY N F. A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields[J/OL]. *Physical Review*, 1950, 78(6): 695-699. DOI: 10.1103/physrev.78.695.
- [40] GENOV G T, SCHRAFT D, HALFMANN T, et al. Correction of Arbitrary Errors in Population Inversion of Quantum Systems by Universal Composite Pulses[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(4): 043001. DOI: 10.1103/physrevlett.113.043001.
- [41] RONG X, GENG J, SHI F, et al. Experimental fault-tolerant universal quantum gates with solid-state spins under ambient conditions[J/OL]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 8748. DOI: 10.1038/ncomms9748.
- [42] LOW G H, YODER T J, CHUANG I L. Methodology of Resonant Equiangular Composite Quantum Gates[J/OL]. *Physical Review X*, 2016, 6(4): 041067. DOI: 10.1103/physrevx.6.041067.
- [43] LEVITT M H. Composite pulses[J/OL]. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 1986, 18(2): 61-122. DOI: 10.1016/0079-6565(86)80005-x.
- [44] GARWOOD M, DELABARRE L. The Return of the Frequency Sweep: Designing Adiabatic Pulses for Contemporary NMR[J/OL]. *Journal of Magnetic Resonance*, 2001, 153(2): 155-177. DOI: 10.1006/jmre.2001.2340.
- [45] VANDERSYPEN L M K, CHUANG I L. NMR techniques for quantum control and computation[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2004, 76(4): 1037-1069. DOI: 10.1103/revmodphys.76.1037.
- [46] KONDO Y, BANDO M. Geometric Quantum Gates, Composite Pulses, and Trotter–Suzuki Formulas[J/OL]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 2011, 80(5): 054002. DOI: 10.1143/jpsj.80.054002.
- [47] GENOV G T, VITANOV N V. Dynamical Suppression of Unwanted Transitions in Multistate Quantum Systems[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2012, 110(13): 133002. DOI: 10.1103/physrevlett.110.133002.
- [48] COLLIN E, ITHIER G, AASSIME A, et al. NMR-like Control of a Quantum Bit Superconducting Circuit[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(15): 157005. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.157005.

- [49] AIELLO C D, HIROSE M, CAPPELLARO P. Composite-pulse magnetometry with a solid-state quantum sensor.[J/OL]. *Nature communications*, 2013, 4(1): 1419. DOI: 10.1038/ncomms2375.
- [50] SAYWELL J C, KUPROV I, GOODWIN D, et al. Optimal control of mirror pulses for cold-atom interferometry[J/OL]. *Physical Review A*, 2018, 98(2): 023625. DOI: 10.1103/physreva.98.023625.
- [51] DU Y X, LIANG Z T, LI Y C, et al. Experimental realization of stimulated Raman shortcut-to-adiabatic passage with cold atoms[J/OL]. *Nature Communications*, 2016, 7(1): 12479. DOI: 10.1038/ncomms12479.
- [52] GARCÍA-RIPOLL J J, ZOLLER P, CIRAC J I. Speed Optimized Two-Qubit Gates with Laser Coherent Control Techniques for Ion Trap Quantum Computing[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(15): 157901. DOI: 10.1103/physrevlett.91.157901.
- [53] DUAN L M. Scaling Ion Trap Quantum Computation through Fast Quantum Gates[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(10): 100502. DOI: 10.1103/physrevlett.93.100502.
- [54] ZHU S L, MONROE C, DUAN L M. Arbitrary-speed quantum gates within large ion crystals through minimum control of laser beams[J/OL]. *Europhysics Letters (EPL)*, 2006, 73(4): 485-491. DOI: 10.1209/epl/i2005-10424-4.
- [55] MIZRAHI J, NEYENHUIS B, JOHNSON K G, et al. Quantum control of qubits and atomic motion using ultrafast laser pulses[J/OL]. *Applied Physics B*, 2014, 114(1-2): 45-61. DOI: 10.1007/s00340-013-5717-6.
- [56] WINELAND D J, BARRETT M, BRITTON J, et al. Quantum information processing with trapped ions[J/OL]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 361(1808): 1349-1361. DOI: 10.1098/rsta.2003.1205.
- [57] KASEVICH M, CHU S. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics B*, 1992, 54(5): 321-332. DOI: 10.1007/bf00325375.



- [58] WEISS D S, YOUNG B C, CHU S. Precision measurement of  $g$  of  $^{87}\text{Sr}$  based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry[J/OL]. *Applied Physics B*, 1994, 59(3): 217-256. DOI: 10.1007/bf01081393.
- [59] ZHOU M K, HU Z K, DUAN X C, et al. Precisely mapping the magnetic field gradient in vacuum with an atom interferometer[J/OL]. *Physical Review A*, 2010, 82(6): 061602. DOI: 10.1103/PhysRevA.82.061602.
- [60] ZHOU L, LONG S, TANG B, et al. Test of Equivalence Principle at  $10^{-8}$  Level by a Dual-Species Double-Diffraction Raman Atom Interferometer [J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(1): 013004. DOI: 10.1103/physrevlett.115.013004.
- [61] SAYWELL J, CAREY M, KUPROV I, et al. Biselective pulses for large-area atom interferometry[J/OL]. *Physical Review A*, 2020, 101(6): 063625. DOI: 10.1103/physreva.101.063625.
- [62] SAYWELL J, CAREY M, BELAL M, et al. Optimal control of Raman pulse sequences for atom interferometry[J/OL]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2020, 53(8): 085006. DOI: 10.1088/1361-6455/ab6df6.
- [63] QIU L, JI L, HE Y, et al. Delay-line based adiabatic spin-dependent kicks on a hyperfine manifold[A]. 2022. arXiv:2202.09709.
- [64] SCULLY M, SUHAIL Z. *Quantum optics*[M]. Cambridge University Press, 1997.
- [65] SZIGETI S S, HOSTEN O, HAINE S A. Improving cold-atom sensors with quantum entanglement: Prospects and challenges[J/OL]. *Applied Physics Letters*, 2021, 118(14): 140501. DOI: 10.1063/5.0050235.
- [66] SAFFMAN M, WALKER T G, MØLMER K. Quantum information with Rydberg atoms[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82(3): 2313-2363. DOI: 10.1103/revmodphys.82.2313.
- [67] HENRIET L, BEGUIN L, SIGNOLES A, et al. Quantum computing with neutral atoms[J/OL]. *Quantum*, 2020, 4: 327. DOI: 10.22331/q-2020-09-21-327.

- [68] WU T Y, KUMAR A, GIRALDO F, et al. Stern–Gerlach detection of neutral-atom qubits in a state-dependent optical lattice[J/OL]. *Nature Physics*, 2019, 15(6): 538-542. DOI: 10.1038/s41567-019-0478-8.
- [69] GROSS C, BLOCH I. Quantum simulations with ultracold atoms in optical lattices.[J/OL]. *Science*, 2017, 357(6355): 995-1001. DOI: 10.1126/science.aa13837.
- [70] EISERT J, FRIESDORF M, GOGOLIN C. Quantum many-body systems out of equilibrium[J/OL]. *Nature Physics*, 2015, 11(2): 124-130. DOI: 10.1038/nphys3215.
- [71] SUGARBAKER A. Atom interferometry in a 10 m fountain[D]. Stanford University, 2014.
- [72] HARTY T P, ALLCOCK D T C, BALLANCE C J, et al. High-Fidelity Preparation, Gates, Memory, and Readout of a Trapped-Ion Quantum Bit [J/OL]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(22): 220501. DOI: 10.1103/physrevlett.113.220501.
- [73] CUNDIFF S T, WEINER A M. Optical arbitrary waveform generation [J/OL]. *Nature Photonics*, 2010, 4(11): 760-766. DOI: 10.1038/nphoton.2010.196.
- [74] MONMAYRANT A, WEBER S, CHATEL B. A newcomer’s guide to ultrashort pulse shaping and characterization[J/OL]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2010, 43(10): 103001. DOI: 10.1088/0953-4075/43/10/103001.
- [75] WEINER A M. Ultrafast optical pulse shaping: A tutorial review[J/OL]. *Optics Communications*, 2011, 284(15): 3669-3692. DOI: 10.1016/j.optcom.2011.03.084.
- [76] ROGERS C E, GOULD P L. Nanosecond pulse shaping at 780 nm with fiber-based electro-optical modulators and a double-pass tapered amplifier. [J/OL]. *Optics express*, 2016, 24(3): 2596-606. DOI: 10.1364/oe.24.002596.
- [77] MÜLLER H, CHIOW S W, HERRMANN S, et al. Nanosecond electro-optical switching with a repetition rate above 20MHz[J/OL]. *Review of Scientific Instruments*, 2007, 78(12): 124702. DOI: 10.1063/1.2822101.

- [78] ZHOU C, HE C, YAN S T, et al. Laser frequency shift up to 5 GHz with a high-efficiency 12-pass 350-MHz acousto-optic modulator.[J/OL]. The Review of scientific instruments, 2020, 91(3): 033201. DOI: 10.1063/1.5142314.



## 第 2 章 激光对原子的操控

光和原子的性质变化可以通过精确控制光和原子的相互作用来实现。本论文关注于光对原子性质的操控。更加具体来说，关注于对原子基态物质波的精密光学操控。该研究所需要的最基本理论框架 – 单个自由原子在光场中的运动规律 – 在上个世纪 80-90 年代已经在激光冷却、原子干涉等实验技术驱动下发展完备，特别包括由 Ashkin, Cohen-Tannoudji, Dalibard 等著名科学家发展的激光冷却理论框架<sup>[1-2]</sup>。而在原子干涉技术的理论描述方面，目前应用最广泛的理论框架是由朱棣文, Kasevich, Cohen-Tannoudji 等发展的基于路径积分的原子干涉图像<sup>[3-4]</sup>。和内态 Ramsey 干涉仪一样，对物质波相干操控的最精确描述是量子调控的理论范畴。基于多年来核磁共振领域应用需求<sup>[5-6]</sup>，并在近年来量子信息处理类实验技术的驱动下<sup>[7]</sup>，相关组合脉冲<sup>[8-10]</sup>，绝热操控和绝热捷径<sup>[11-12]</sup>的一大类几何控制理论蓬勃发展。

本论文工作的理论部分的展开是基于上述三个理论框架的综合运用。我们将物质波操控技术归纳到量子调控理论范畴，在拉曼物质波操控的非常规工作区间建立基于随机波函数方法的多能级原子精确描述<sup>[13]</sup>，运用最优控制数值方法获得高效和光强容错的精密组合脉冲物质波操控方案，并传递到实验平台形成新型物质波控制技术。

本章将综合介绍本论文工作的理论基础。在 2.1 节，我将回顾光和原子相互作用的基本理论，包括基于二能级原子和光相互作用的激光冷却理论，三能级原子的拉曼跃迁，以及多能级原子和光相互作用的“精确理论模型”。面向本文工作最重要的纳秒脉冲操控技术，我们将讨论多分量物质波和光相互作用的实空间局域描述方法，并和原子干涉类技术中更加常见的动量晶格和“速度类”描述方法对比。

本论文相关的二分量物质波调控基本理论在 2.2 节给出。首先我将实空间局域描述的二分量物质波操控归纳为单比特量子门操作，并给出通道保真度和门保真度这两个量子操控质量标准。在简要介绍该局域描述语言下的原子干涉图像后，我将着重强调光学操控的光强容错性要求，几何操控的必要性，以及基于啁啾脉冲及组合脉冲的几何操控方案。

作为控制论的一部分，量子最优控制是一个艰难的数学问题，即使是针对二能级体系，也很少有解析理论。本论文将最优控制理论运用于多分量物质波操控将依赖于物理图像和数值方法的结合。在本章 2.3 节，我们将详细介绍运用该数值方法的光-原子相互作用的精确物理模型：基于随机波函数的多分量物质波方法，数值控制优化的梯度下降算法 (GRAPE)，以及相关数值技术。

## 2.1 基本理论

### 2.1.1 二能级原子与激光相互作用

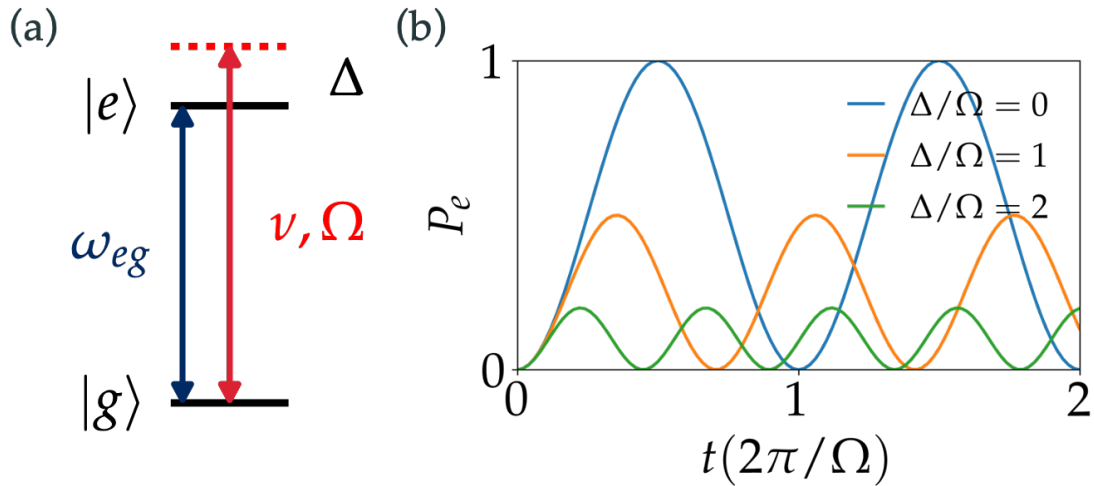


图 2.1: (a) 一个能量差为  $\hbar\omega_{eg}$  的二能级原子与一束载波频率为  $\nu$  的激光相互作用能级示意图，失谐量  $\Delta = \nu - \omega_{eg}$ ; (b) 不同失谐量下，初态为  $|g\rangle$  的原子，其  $|e\rangle$  的布居数  $P_e$  随时间变化的曲线。

如图 2.1 (a) 所示，我们考虑一个能量差为  $\hbar\omega_{eg}$  的二能级体系与一个偏振方向为  $\mathbf{e}$ 、以圆频率  $\nu$  振荡的经典光场的相互作用。光场的电场随时空变化的表达式可以写作

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\nu t)} + \text{c.c.} \quad (2.1)$$

c.c. 表示前面项的复共轭。其中， $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$  表示缓变振幅，满足  $|\partial_t \mathcal{E}| \ll \nu \mathcal{E}$ 。在光和原子相互作用的电偶极近似下<sup>[14]</sup>，二能级原子在经典光场中的哈密顿量（暂

不考虑自发辐射) 可以展开为

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{r}, t) &= \hbar\omega_{eg} |e\rangle\langle e| - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\
 &= \hbar\omega_{eg} |e\rangle\langle e| \\
 &\quad - \left[ \mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{e} \left( \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \nu t)} + \mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{e} \mathcal{E}^*(\mathbf{r}, t) e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \nu t)} \right) |e\rangle\langle g| + \text{h.c.} \right]
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

其中, h.c. 表示前面项的厄米共轭。从第一行到第二、三行, 我们已经利用了原子电偶极矩算符  $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{eg} |e\rangle\langle g| + \mathbf{d}_{ge} |g\rangle\langle e|$ , 其中  $\mathbf{d}_{eg} = \langle e|\mathbf{d}|g\rangle$ 。二能级原子的波函数为  $|\psi(t)\rangle$  满足 Schrödinger 方程

$$i\hbar\partial_t |\psi(\mathbf{r}, t)\rangle = H(\mathbf{r}, t) |\psi(\mathbf{r}, t)\rangle \tag{2.3}$$

进一步, 我们做基矢变换  $|e\rangle \leftarrow e^{-i\nu t} |e\rangle$ ,  $|g\rangle \leftarrow |g\rangle$ , 在此旋转坐标系下作表象变换, 对应的哈密顿量变为

$$H = -\hbar\Delta |e\rangle\langle e| + \frac{\hbar}{2} (\Omega(\mathbf{r}, t) |e\rangle\langle g| + \text{h.c.}) + \frac{\hbar}{2} (\Omega(\mathbf{r}, t) e^{-2i\nu t} |g\rangle\langle e| + \text{h.c.}) \tag{2.4}$$

这里, 我们定义失谐量  $\Delta = \nu - \omega_{eg}$ , 拉比频率  $\Omega(\mathbf{r}, t) = -2\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{e} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) / \hbar$ 。

### 旋转波近似与反旋转波项

当  $|\Delta|, |\Omega| \ll \nu, \omega_{eg}$  时 (如对于碱金属原子的偶极跃迁, 共振频率大部分位于光学波段, 数量级大约为百 THz 级, 对应的周期远远小于我们所关心的原子的动力学时间尺度), 公式 (2.4) 第三项含有高频因子  $\Omega(t)e^{-2i\nu t}$ , 相当于失谐量远大于  $\Delta$  的耦合, 可以被忽略 (事实上, 该近似成立条件和二能级原子近似本身的要求是类似的), 于是哈密顿量可近似为

$$H(\mathbf{r}, t) = -\hbar\Delta |e\rangle\langle e| + \frac{\hbar}{2} (\Omega(\mathbf{r}, t) |e\rangle\langle g| + \text{h.c.}) \tag{2.5}$$

这种近似被称为旋转波近似 (rotating wave approximation, RWA), 而公式 (2.4) 中的第二项和第三项分别被称为旋转波项与反旋转波项。注意到式 (2.5) 中的  $\mathbf{r}$  参数可以用于方便描述原子质心坐标的经典运动, 也可以作为算符刻画原子质心运动物质波的量子演化。在本节讨论中, 我们认为原子的空间位置  $\mathbf{r}$  不变, 因此简记哈密顿量为  $H(t)$ 。

### 拉比振荡

在旋转波近似下, 我们将该二能级原子的波函数用基  $|e\rangle, |g\rangle$  展开为  $|\psi(t)\rangle = c_e(t) |e\rangle + c_g(t) |g\rangle$ : 对于任意时刻  $t$ , 复振幅  $c_{e,g}$  有  $|c_e(t)|^2 + |c_g(t)|^2 = 1$ 。由

Schrödinger 方程  $i\hbar\partial_t |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle$ , 我们可得关于  $c_e, c_g$  的偏微分方程组并进行求解。对于给定的初值  $c_{e,g}(0)$ , 我们即可得它们随时间变化的曲线。如图 2.1 (b) 所示: 初态处于  $|g\rangle$  的原子在恒定光场 ( $\Omega, \Delta = \text{const.}$ ) 作用下,  $|e\rangle$  的布居数随时间周期性振荡, 这样的行为被称为拉比振荡。我们定义整体拉比频率

$$\tilde{\Omega}(t) = \sqrt{|\Omega(t)|^2 + |\Delta(t)|^2} \quad (2.6)$$

可以证明, 拉比振荡的周期为  $2\pi/\tilde{\Omega}$ 。

### 缀饰态与光频移

在拉比振荡中, 我们可以得到结论, 即最初的本征态  $|e\rangle$  和  $|g\rangle$  不再是相互作用过程中的本征态。对于公式 (2.5) 的哈密顿量, 我们对其对角化可得任意时刻系统的本征能量为

$$\varepsilon_{\pm} = \frac{\hbar}{2}(-\Delta \mp \tilde{\Omega}) \quad (2.7)$$

它们对应的本征态可以被等效地视作无相互作用本征态的旋转

$$\begin{cases} |+\rangle = \cos\theta |e\rangle + \sin\theta |g\rangle \\ |-\rangle = -\sin\theta |e\rangle + \cos\theta |g\rangle \end{cases} \quad (2.8)$$

其中  $\theta = -\frac{1}{2} \arctan(\Omega/\Delta) \in [0, \pi/2)$  被称为 Stückelberg 角。这里,  $|\pm\rangle$  即被称为原子的缀饰态。特别地, 当光场远失谐时 ( $\Delta \gg \Omega$ ), 我们有

$$\varepsilon_+ = -\hbar\Delta - \hbar \frac{|\Omega|^2}{4\Delta}, \varepsilon_- = \hbar \frac{|\Omega|^2}{4\Delta} \quad (2.9)$$

相比于它们裸态时的频率  $-\Delta, 0$ , 缀饰态频率的变化

$$\delta_{\pm} = \mp \frac{|\Omega|^2}{4\Delta} \quad (2.10)$$

即为远失谐光场缀饰下的光频移。而由于造成这种频移的光场为交流 (AC) 场, 故又称为 AC 斯塔克频移。

### 2.1.2 自发辐射的处理方法

之前我们考虑的是一个封闭系统的么正演化。而事实上, 当原子处于激发态时, 即使没有外场的驱动, 它也会和真空场相互作用, 释放出一个光子回到基态, 此即我们所说的自发辐射。原子处于激发态的寿命可以用激发态的自然线宽  $\Gamma$  表征。当引入自发辐射后, 原子体系变成了一个开放系统。以下我们将以二能级为例, 讨论该开放系统的理论处理方法



### 光学 Bloch 方程

当系统为开放体系时，自发辐射引起的退相干 (decoherence) 使得系统无法保持为纯态，而是逐渐变为混合态。在此情况下，用波函数  $|\psi\rangle$  来表示整个系统的态变得不再合适。一个更合理的选择是引入密度矩阵，将系统表示为若干的量子态  $|\psi_i\rangle$  的概率  $p_i$  叠加

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (2.11)$$

由于每个  $|\psi_i\rangle$  均满足 Schrödinger 方程，可证明对于密度矩阵  $\rho$ ，满足演化方程

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho] \quad (2.12)$$

接下来我们考虑二能级原子系统 (S) 与真空多模光场组成的环境 (R) 耦合，原子系统与环境组成的整个密度矩阵记为  $\rho$ ，其演化满足

$$\dot{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[H_S + H_R + H_{SR}, \rho] \quad (2.13)$$

为了得到原子系统的密度矩阵演化方程，我们对于  $\rho$  关于环境求迹得到约化密度矩阵

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_S &= \text{Tr}_R \{\dot{\rho}\} \\ &= \frac{1}{i\hbar}[H_S, \rho_S] + \frac{1}{i\hbar} \text{Tr}_R \{[H_R, \rho]\} + \frac{1}{i\hbar} \text{Tr}_R \{[H_{SR}, \rho]\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

在光学波段，一个极佳的近似是认为环境光场处于真空态，故第二项为 0。当系统满足 Born-Markov 近似条件，即环境的关联时间远小于我们关心的原子演化的时间尺度时<sup>[15]</sup>，我们可以进一步得到原子的密度矩阵演化方程

$$\dot{\rho}_S = \frac{1}{i\hbar}[H_S, \rho_S] + \frac{\Gamma}{2} \left( C^\dagger C \rho_S + \rho_S C^\dagger C - 2C \rho_S C^\dagger \right) \quad (2.15)$$

其中  $C = |g\rangle\langle e|$  为量子坍缩算符。此方程一般被称作主方程 (master equation)。将此前得到的原子与经典光场相互作用的哈密顿量作为  $H_S$  代入，即可得到关于原子系统的密度矩阵中每个矩阵元的含时微分方程组

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{ee} = -\dot{\rho}_{gg} = -\Gamma\rho_{ee} + i\left(\frac{\Omega}{2}\rho_{ge} - \frac{\Omega^*}{2}\rho_{eg}\right) \\ \dot{\rho}_{eg} = -\dot{\rho}_{ge}^* = (i\Delta - \frac{\Gamma}{2})\rho_{eg} + i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \end{cases} \quad (2.16)$$

此即二能级系统的光学 Bloch 方程 (optical Bloch equation, OBE)。借助 OBE，我们可以实现对开放体系的原子的演化的求解。

### 随机波函数法

如前一节所述, OBE 可以帮助我们求解存在自发辐射的原子的演化。但一方面当考虑的 Hilbert 空间维度比较大时, 数值上求解 OBE 相比于 Schrödinger 方程计算量过大; 另一方面, 有的时候即使存在自发辐射, 我们也只关心量子态的完整的相干演化部分, 而 OBE 的处理使得退相干的部分也会经历后续的演化并进入最终的结果。基于此二点考量, 我们在本节中以二能级原子为例, 介绍另一种处理开放系统的随机波函数法 (stochastic wavefunction method)。该方法在 1990 年代由 Dalibard, Carmichael 等人引入, 它基于 Schrödinger 方程的波函数演化以及 Monte Carlo 方法对量子跳跃 (quantum jump) 的处理<sup>[16-18]</sup>。

我们仍考虑激发态自然线宽为  $\Gamma$  的二能级原子, 借助量子坍缩算符  $C = |g\rangle\langle e|$  直接将自发辐射的过程加入式 (2.5) 的哈密顿量

$$H' = H - i\frac{\Gamma}{2}C^\dagger C \quad (2.17)$$

虚数项的存在使得这一有效哈密顿量是非厄米的。考虑  $H'$  所支配的系统演化, 假设经历无穷小的时间间隔  $\delta t$ , 我们由 Schrödinger 方程可得

$$|\psi(t + \delta t)\rangle = \left(1 + \frac{H'\delta t}{i\hbar}\right) |\psi(t)\rangle \quad (2.18)$$

对于  $|\psi(t + \delta t)\rangle$  我们有

$$\begin{aligned} \langle\psi(t + \delta t)|\psi(t + \delta t)\rangle &= \langle\psi(t)| \left(1 - \frac{H'^\dagger\delta t}{i\hbar}\right) \left(1 + \frac{H'\delta t}{i\hbar}\right) |\psi(t)\rangle \\ &= \langle\psi(t)| (1 - \delta t\Gamma |e\rangle\langle e|) |\psi(t)\rangle \\ &= \langle\psi(t)|\psi(t)\rangle - \delta t\Gamma\rho_{ee}(t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

在此情况下, 我们可以看到波函数  $|\psi(t)\rangle$  演化过程中不再保持归一, 它的模平方随时间逐渐递减  $\delta\mathcal{N} = -\delta t\Gamma\rho_{ee}$ 。而这一衰减正是自发辐射项的影响: 处于激发态的原子有概率释放出光子, 并且量子跳跃到了基态  $|g\rangle$ 。借助这一图像, 我们可以对经过  $\delta t$  后系统的演化动力学给出一个概率解释:

- 概率为  $1 - \delta\mathcal{N}$ , 系统跟随  $H'$  演化, 同时保持在  $|\psi(t)\rangle$ ;
- 概率为  $\delta\mathcal{N}$ , 系统将会跳跃到基态  $|g\rangle$ 。

给出了两种事件的概率分布, 我们就可以用 Monte Carlo 法来模拟事件的发生。每一步演化时, 我们都生成一个 0 到 1 的随机数  $r$ , 并与这一步演化之后波函数模的减小量  $\delta\mathcal{N}$  进行比较: 若其大于  $\delta\mathcal{N}$ , 则波函数保持在  $|\psi(t)\rangle$ ; 反之则将波

函数设为  $|g\rangle$ 。而每一步演化之后都将波函数归一化。这就是以二能级体系为例的随机波函数法的全过程。

在这一方法中，每次原子从初态开始演化到末态，被称为一个量子轨迹 (quantum trajectory)。可以证明，只要经历足够多的量子轨迹，随机波函数法与主方程完全等价<sup>[18]</sup>。相比于主方程或者说 OBE，随机波函数法在 Hilbert 空间比较大、自发辐射率很小的某些特殊的案例比如后续会提到的旋量物质波的模拟中非常高效和有效，是处理开放体系时对主方程一个很好的补充。此外，和本论文工作相关，因在物质波相干操控等技术中人们常只关心量子态的相干演化部分，随机波函数方法可形成计入自发辐射弛豫的非常简洁的计算方案（详见小节 2.3.1）。

### 2.1.3 原子在连续光场中的受力

我们考虑原子在一个波矢为  $\mathbf{k}$  的行波连续光场 (continuous wave) 中的受力。由 Erhenfest 定理<sup>[19]</sup>，我们可以计算原子在光场中的平均受力

$$\mathbf{F} \equiv \frac{d\hat{\mathbf{p}}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{\mathbf{p}}, H(\mathbf{r})] \rangle = - \langle \nabla H(\mathbf{r}) \rangle \quad (2.20)$$

这里， $\hat{\mathbf{p}}$  表示原子的动量算符。而对应的空间相关的哈密顿量参见式 (2.5)。

#### 静止原子的受力

我们考虑连续光和原子相互作用时间尺度远大于激发态寿命<sup>1</sup>，则借助式 (2.16) 的光学 Bloch 方程，由  $\dot{\rho}_{eg} = 0$  可以求得稳态的解

$$\begin{cases} \rho_{ee} = \frac{s}{1+s}, \rho_{gg} = \frac{1}{1+s} \\ \rho_{eg} = \frac{\Omega}{2(1+s)(\Delta - i\Gamma/2)}, \rho_{ge} = \rho_{eg}^* \end{cases} \quad (2.21)$$

其中我们定义饱和系数

$$s = \frac{|\Omega|^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.22)$$

于是，原子在稳态情况下时的受力为

$$\mathbf{F} = - \langle \nabla H \rangle = - \frac{\hbar}{2} (\rho_{ge} \nabla \Omega + c.c.) = - \hbar \text{Re}[\rho_{ge} \nabla \Omega] \quad (2.23)$$

对于拉比频率关于空间位置的导数，可以分为两部分：一是振幅随空间的变化，另一是相位随空间的变化。我们不妨设  $\Omega(\mathbf{r}) = C(\mathbf{r})e^{i\varphi(\mathbf{r})}$ ，其中  $C(\mathbf{r})$  为一实数，

<sup>1</sup> $\tau \gg 1/\Gamma$ ,  $\Gamma$  为激发态的自然线宽

则

$$\nabla\Omega(\mathbf{r}) = \left( \frac{\nabla C(\mathbf{r})}{C(\mathbf{r})} + i\nabla\varphi(\mathbf{r}) \right) \Omega(\mathbf{r}) \quad (2.24)$$

存在实数部分和虚数部分。与  $\rho_{ge}$  的实部与虚部对应，原子受力可以分解为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{s}{1+s} \left( \frac{\Gamma}{2} \nabla\varphi(\mathbf{r}) + \frac{\nabla C(\mathbf{r})}{C(\mathbf{r})} \Delta \right) \\ &= \mathbf{F}_{\text{dissip}} + \mathbf{F}_{\text{react}} \end{aligned} \quad (2.25)$$

其中  $\mathbf{F}_{\text{dissip}}$  为耗散力 (dissipative force)，直接关联于光场相位的空间变化；而  $\mathbf{F}_{\text{react}}$  为反应力 (reactive force)，属于保守力，与拉比频率振幅的空间分布有关。这两种力分别在激光对原子的冷却和囚禁中发挥了重要作用。

### Doppler 冷却

如章节 2.1，我们考虑原子位于一个波矢为  $\mathbf{k}$  的均匀光场中，且光场的强度较小 ( $s \ll 1$ )。在相互作用过程中，原子会从基态吸收一个光子跃迁到激发态，然后又由于快速地自发辐射回到基态，并不断循环最终达到一个动态平衡的稳态。对于光子的吸收过程，原子得到的动量为  $\hbar\mathbf{k}$ ，是定向的；而对于放出光子回到基态的过程，原子是与所有的真空模式耦合，故失去的动量虽然值也为  $\hbar k$ ，但方向是随机的。综上，经历这一过程，原子总共会从光场得到  $\hbar\mathbf{k}$  的动量。由公式 2.25，我们可以得到稳态情况下原子平均受力

$$\mathbf{F} = \hbar\mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (2.26)$$

这里由于我们考虑的是一个空间均匀的光场，故反应力项平均值为 0。

现在我们假设有两束光强频率均一致，且相向传播的光组成的光场，我们设两束光的失谐量为  $\Delta$ 。对于处于这一光场中的原子，如果其外态为静止，则原子吸收这两束光光子的概率完全相同，则统计上来说原子平均受力为 0。如果外态有一个初速度为  $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_z$ ，则由于 Doppler 效应，原子看到两束光的频率产生变化：传播方向与其速度方向相同和相反的光的失谐量分别为  $\Delta - kv$  和  $\Delta + kv$ ，此时原子会倾向于吸收更共振的光的光子。为了实现冷却的效果，我们一般设置失谐量  $\Delta < 0$ ，此时传播方向与原子运动方向相反的光更近共振，统计上原子将会收到与运动方向相反的力，进而发生冷却。由于这一过程中平均力的产生源自于 Doppler 效应，故被称作 Doppler 冷却。具体地，我们可以计算此光场下原子的受力有

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \sum_{j=1,2} \hbar\mathbf{k}_j \frac{\Gamma}{2} \frac{s(\Delta(\mathbf{k}_j))}{1+s(\Delta(\mathbf{k}_j))} \\ &\approx \hbar k^2 \frac{s}{(1+s)} \frac{\Gamma\Delta}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \mathbf{v} \equiv -\alpha\mathbf{v} \end{aligned} \quad (2.27)$$

从上式可以看到，当  $\Delta < 0$  时，阻尼系数为  $\alpha > 0$ ，原子收到阻尼力，其对原子产生冷却效果，这与上文物理图像上的讨论一致。这里讨论的是一维的减速，而对于三维空间的原子，只需在三个维度均施加一对相向传播的、一共 6 束激光光束即可实现三维的减速。在这一构型下，原子无论如何运动，均会受到阻尼力，这一图像也被形象地称作光学黏胶 (optical molasses)。

同时，我们可以看到这一阻尼力对原子做功的功率为  $P_d = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = -\alpha v^2$ ；另一方面，考虑原子单次吸收-辐射光子的过程，由于光子的定向吸收和不定向辐射分别引入的随机反冲，原子会获得两倍的反冲能量  $\hbar\omega_r = \hbar k^2/2M$ ，计入自发辐射率  $\rho_{ee}\Gamma$ ，我们可以获得加热功率有  $P_r = 4\Gamma\hbar\omega_r s/(1+s)$ 。当原子速度不断减小时，我们可以看到其阻尼力的功率也会不断减小。而当其最终与反冲加热功率一致时，原子将会达到动态平衡，此时有

$$-\alpha v_{\text{equiv}}^2 + 4\Gamma\hbar\omega_r s/(1+s) = 0 \xrightarrow{s \sim 1} v_{\text{equiv}}^2 \sim \frac{\hbar\Gamma}{M} \quad (2.28)$$

该平衡速度所对应的温度

$$T_D = Mv_{\text{equiv}}^2/k_B \sim \frac{\hbar\Gamma}{k_B} \quad (2.29)$$

可以视作 Doppler 冷却的极限温度，被称作 Doppler 极限。对于  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$  原子，自然线宽  $\Gamma \approx 2\pi \times 6 \text{ MHz}$ ，对应 Doppler 极限温度  $T_D \sim 150 \mu\text{K}$ 。

### 偏振梯度冷却

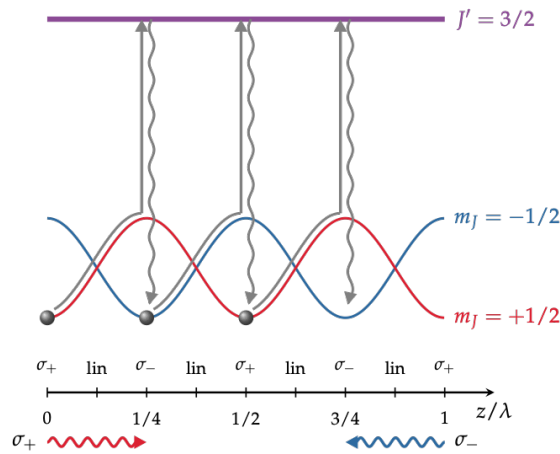


图 2.2: 偏振梯度冷却原理示意图。

Doppler 冷却的理论极限受限于激发态的自然线宽，而若想得到温度更低的原子样品，一个通用的方法是在多普勒冷却之后进一步对原子进行亚 Doppler 冷

却。亚 Doppler 冷却的方案不止一种，下面介绍我们在实验中使用的两种——偏振梯度冷却和灰色光学黏胶。

这里以  $J = 1/2 - J' = 3/2$  跃迁为例，介绍一维情况下由两束相向传播、偏振垂直的圆偏振光实现偏振梯度冷却 (polarization gradient cooling, PGC)。在此情况下，两束激光在传播方向上会形成偏振随位置变化的光场，如图 2.2 所示。而由于偏振的不同，偶极跃迁相应的 Clebsh-Gorden (c-g) 系数<sup>[19]</sup>的不同会导致两个基态  $m_J = \pm 1/2$  的缀饰态能量随空间产生对应的变化，如图中红线和蓝线，它们也对应了静止情况下稳态的布居数也随空间变化<sup>[20]</sup>。假设  $m_J = 1/2$  的原子初始位于  $z = 0$ ，并向  $+z$  方向运动，在此过程中，它的内态能量将会降低，对应外态能量降低；当其运动到  $z = \lambda/4$  的位置时，光场的偏振方向变为  $\sigma_-$ ，在此情况下它就有很大的概率被光抽运到  $m_J = -1/2$  上，其也到了内态能量的谷底，然后如此往复。在每个荧光循环中，原子都会经历势能爬坡、然后光抽运到内态势能最低点，于是外态的能量持续地损失，因此完成了冷却的目标，而这一图像有时也被形象化地称为 Sisyphus 冷却。

## 磁光阱

利用光学黏胶，我们可以实现对原子速度的三维冷却。但是，为了真正压缩原子在相空间的分布，我们还需要一种位置相关的力，以在实空间对原子进行囚禁。如图 2.3 所示，一种常用的技术就是在光学黏胶的基础上，再结合一对反 Helmholtz 线圈，使得原子获得与位置相关的回复力，这一技术被称作磁光阱 (magneto-optical trap, MOT)<sup>[21]</sup>。

MOT 的原理是施加一个空间不均匀的磁场 ( $\mathbf{B} = B_z \mathbf{e}_z$ ,  $B_z = bz$ ) 通过塞曼效应使得力与空间位置关联。简单起见，我们以如图 2.3 (a) 的一维结构以及能级为  $J = 0 - J' = 1$  的静止原子为例来阐述磁光阱原理。两束相向传播的光具有相同的失谐量  $\Delta < 0$  和相反的偏振 ( $\sigma_{\pm}$ )。考虑基态的  $m$  到激发态  $m'$  的跃迁，对于  $z = 0$  的原子，其吸收两种偏振的光的概率相同，总散射力为 0；而对于  $z < 0$  的原子，偏振为  $\sigma_+$  的光对应  $m = 0 - m' = 1$  的跃迁相比于  $z = 0$  处更接近共振，故其光子更容易被吸收，而偏振为  $\sigma_-$  的光对应  $m = 0 - m' = -1$  的跃迁相比于  $z = 0$  处更远离共振，因此两束光的合力向上；同样对于  $z > 0$  的原子，我们可以类似分析得其合力向下。于是最终我们得到一个关于  $z = 0$  处稳定的阱。将塞曼频移  $\Delta\varepsilon(z) = -\mu_B B_z = -\mu_B bz$  代入式 (2.27)，并在  $z = 0$  处展开，有

$$F = 2k\mu_B bzs \frac{\Delta\Gamma}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \equiv -\kappa z \quad (2.30)$$

当  $\Delta < 0$  时，有  $\kappa > 0$ ，即产生了一个关于  $z$  的回复力。在实际实验中，磁场梯

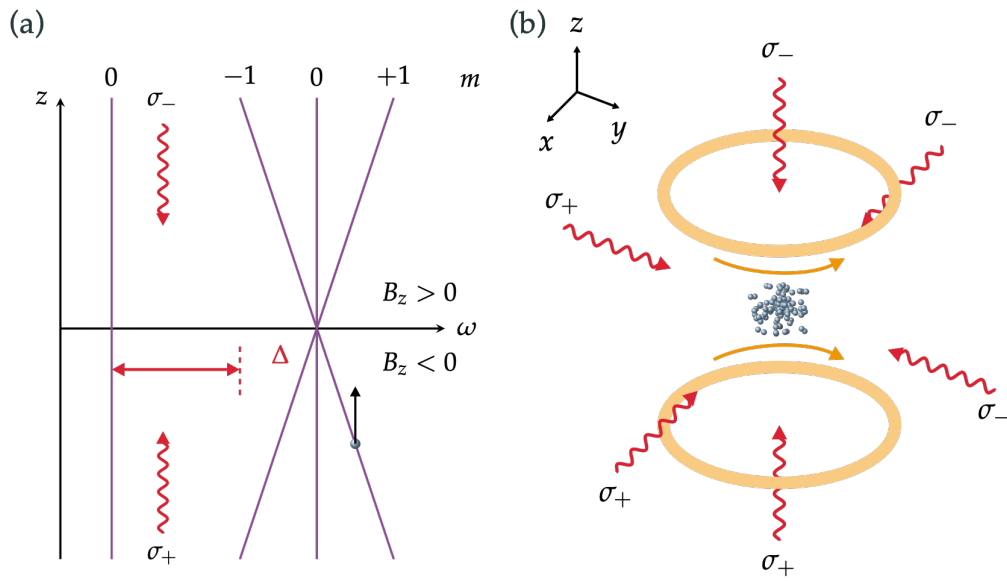


图 2.3: (a) 磁光阱的原理示意图：其利用空间相关的塞曼频移破坏了不同位置相反偏振的光散射力的平衡，从而对原子产生了空间相关的力。(b) 三维结构的磁光阱示意图。

度通常由一对反 Helmholtz 线圈提供。其能够在中心产生一个磁场零点，并使得在零点附近的磁场在三个维度上均为线型梯度场。如图 2.3 (a) 所示，利用光学黏胶的六束光以及这一对磁场，我们即实现了磁光阱，能够对原子进行三维的冷却和囚禁。

### 光学偶极阱

光学偶极阱另一种常见的对原子进行囚禁的方法。回顾原子在连续光场中的受力，见式 (2.25)。其中散射力主导了前面小节中所讨论的激光冷却过程；而对于反应力，有

$$\mathbf{F}_{\text{react}} = \frac{s}{1+s} \frac{\nabla C(\mathbf{r})}{C(\mathbf{r})} \Delta \quad (2.31)$$

与光强的空间分布有关。由于其是保守力，我们可以写出其对应的势场

$$U(\mathbf{r}) \propto \frac{\Gamma}{4\Delta} I(\mathbf{r}) \quad (2.32)$$

当  $\Delta < 0$  时，势能的最低点就位于光强极大值点。因此，实验上通常可以使用聚焦光对原子进行囚禁。在此势场中的基态原子，根据能量最低原理将被囚禁于

焦点附近。由于这一反应力源自光学偶极跃迁的 AC 斯塔克效应，故这一类势阱又常被称作光学偶极阱。需要注意的是，为避免自发辐射，用于超冷原子囚禁的光学偶极阱其光学失谐量  $\Delta$  常在 10 THz 以上。这样的大失谐量下式 (2.4) 的旋转波近似实际上并不适用，而二能级近似也不适用。因此，上式的  $U(\mathbf{r})$  需要对原子的多能级跃迁求和，并计入反旋转波的贡献，才能更加精确的用于计算光阱势能。

### 2.1.4 受激拉曼跃迁的等效相互作用

我们研究两个基态与一个激发态组成的  $\Lambda$  系统与一对激光的相互作用。如图 2.4 (a) 所示，两个基态  $|a\rangle, |b\rangle$  分别通过光场  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$

$$\mathbf{E}_{1,2} = \mathbf{e}_{1,2} \mathcal{E}_{1,2} e^{-i\nu_{1,2}t} + \text{c.c.} \quad (2.33)$$

与激发态  $|e\rangle$  耦合。与二能级原子类似，选择合适的旋转坐标系之后，我们可写出该体系的哈密顿量（暂不考虑自发辐射）

$$H = \hbar\Delta_1 |a\rangle\langle a| + \hbar\Delta_2 |b\rangle\langle b| + \frac{\hbar}{2}(\Omega_1 |e\rangle\langle a| + \text{h.c.}) + \frac{\hbar}{2}(\Omega_2 |e\rangle\langle b| + \text{h.c.}) \quad (2.34)$$

这里单光子失谐量  $\Delta_1 = \nu_1 - \omega_{ea}, \Delta_2 = \nu_2 - \omega_{eb}$ ；拉比频率的定义与二能级中的一致。

#### 等效二能级动力学

对于这样一个体系，我们现在研究一种特殊的情况，令两束激光的频率差等于两个基态的频率差，即  $\nu_2 - \nu_1 = \omega_{ab}$ 。在此情况下，可以证明两个跃迁的单光子失谐量相等  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ 。一般地，一个处于一个基态的原子经历双光子过程到达另一个基态的过程可被称为拉曼跃迁，故这一条件又被称为拉曼共振。在此条件下，我们利用 Schrödinger 方程写出各个态的演化方程

$$\begin{cases} i\dot{c}_e = \frac{\Omega_1}{2}c_a + \frac{\Omega_2}{2}c_b - \Delta c_e \\ i\dot{c}_a = \frac{\Omega_1^*}{2}c_e \\ i\dot{c}_b = \frac{\Omega_2^*}{2}c_e \end{cases} \quad (2.35)$$

在远失谐条件下，即  $|\Delta| \gg \Omega_{1,2}$ ，从方程组中可以看到  $c_e$  与  $c_{a,b}$  随时间变化不在一个尺度。在  $\Omega_{1,2}/\Delta$  的最低阶近似下，我们可以近似的认为激发态瞬间降幅到平衡态 ( $\dot{c}_e = 0$ )，于是我们有

$$c_e = \frac{\Omega_1}{2\Delta}c_a + \frac{\Omega_2}{2\Delta}c_b \ll 1 \quad (2.36)$$



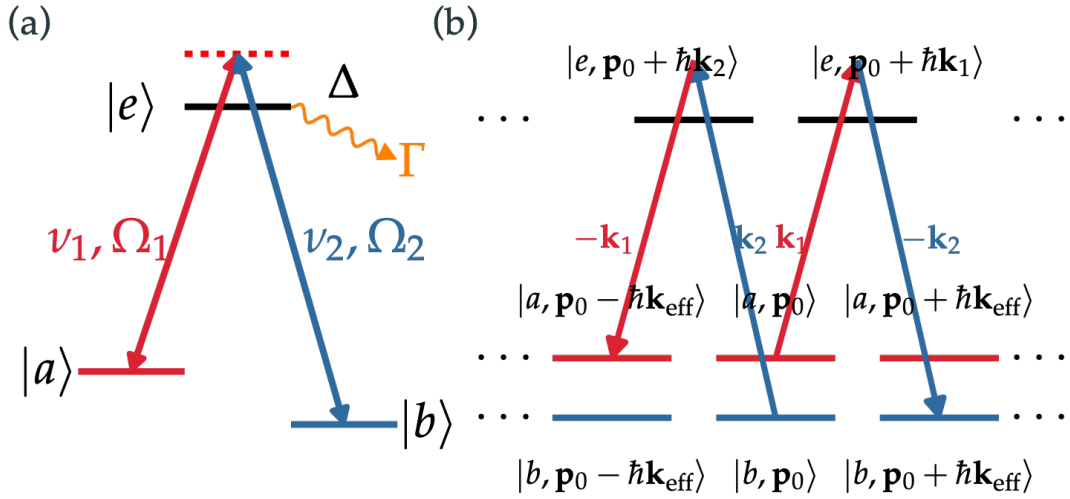


图 2.4: 受激拉曼跃迁示意图。(a) 频率为  $\nu_1, \nu_2$  的一对激光分别驱动两个基态  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  到激发态  $|e\rangle$  的跃迁，它们共享相同的单光子失谐  $\Delta$ ；其中激发态的自然线宽为  $\Gamma$ 。(b) 拉曼物质波控制中的周期光场中相同准动量物质波分量构成的动量晶格，其中等效波矢  $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ 。该准动量晶格在原子干涉技术中又被称作速度类 (velocity class)<sup>[4,22]</sup>。注意不同动量态相应动能  $(\mathbf{p}_0 + n\hbar\mathbf{k}_R)^2/2M$  原则上会导致类似于图 1.1 (b,ii) 的微小移动，本图没有显示。

这一近似过程也被称为绝热去除 (adiabatic elimination)。将上式代入方程组，我们得到两个基态之间的耦合方程组

$$\begin{cases} i\dot{c}_a = \frac{|\Omega_1|^2}{4\Delta} c_a + \frac{\Omega_2\Omega_1^*}{4\Delta} c_b \\ i\dot{c}_b = \frac{|\Omega_2|^2}{4\Delta} c_b + \frac{\Omega_1\Omega_2^*}{4\Delta} c_a \end{cases} \quad (2.37)$$

两个方程的第一项对应远失谐单光子跃迁的光频移；第二项则对应两个基态之间的双光子耦合。可以看到，这一方程组形式上与二能级原子完全相同。故在此情形下，此系统可以约化为两个基态组成的有效二能级体系，它们之间拉曼跃迁的拉比频率（拉曼拉比频率，或者双光子拉比频率）

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1\Omega_2^*}{2\Delta} \quad (2.38)$$

而对应的有效拉曼哈密顿量可写作

$$H_R = -\frac{\hbar}{2}\delta_R\sigma_z + \frac{\hbar}{2}(\Omega_R\sigma_+ + \text{h.c.}) \quad (2.39)$$

其中  $\sigma_{\pm} = \frac{1}{2}(\sigma_x \pm i\sigma_y)$ ，而  $\sigma_{x,y,z}$  是定义在以  $|b\rangle, |a\rangle$  作为两个自旋分量的自旋-1/2 体系的 Pauli 矩阵。这里  $\delta_R$  是等效拉曼（双光子）失谐量，为两个基态

之间的等效圆频率差, 包含光频移或者其他频移或者频率差。需要注意的是, 即使偏离拉曼共振, 只要保证  $\delta_R \ll \Delta$ , 即满足三能级体系中  $\Delta$  远大于等效二能级体系中的特征频率尺度, 上述近似总是成立的, 故系统的演化仍可视为等效二能级动力学。同样地, 这一等效二能级体系的演化也可在 Bloch 球图像中表示, 如图 2.7 所示, 只需令  $|a\rangle \rightarrow |g\rangle, |b\rangle \rightarrow |e\rangle$ , 即可得到演化算符等一系列表达式。

注意到式 (2.38) 和式 (2.39) 中的拉曼耦合拉比频率可以由不同传播方向的准直光  $\mathbf{E}_{1,2}$  构成, 考虑它们对应的波矢  $\mathbf{k}_{1,2}$ , 我们可以将空间依赖形式直接写出

$$\Omega_R(\mathbf{r}) = \frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{2\Delta} e^{i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} \quad (2.40)$$

这里双光子过程的等效波矢  $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ 。空间相关哈密顿量也可以对应写出。

### 单光子失谐量的影响

由公式 (2.39) 所支配的体系的演化从形式上看是完全幺正的。但是事实上, 尽管激发态在双光子跃迁过程中的布居数非常小, 且已经被绝热去除了, 但其发生的自发辐射仍会造成整个体系的退相干。我们假设  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ , 由公式 (2.36) 可得激发态布居数

$$\rho_{ee}(t) = |c_e|^2 \sim \frac{|\Omega|^2}{4\Delta^2} \quad (2.41)$$

而同时拉曼拉比频率  $\Omega_R = |\Omega|^2/2\Delta$ , 于是任意双光子操作过程的总自发辐射量为

$$\varepsilon_{\text{sp}} = \int dt \rho_{ee}(t) \Gamma \sim \int dt \Omega_R(t) \frac{\Gamma}{2\Delta} = \mathcal{A}_R \frac{\Gamma}{2\Delta} \quad (2.42)$$

这里我们定义

$$\mathcal{A}_R = \int dt \Omega_R(t) \quad (2.43)$$

为实现双光子操作的激光脉冲的等效脉冲面积 (pulse area)。需要注意的是, 这里的  $\mathcal{A}_R$  需要与之前定义的任意量子控制的转动角  $\phi$  做出区分。在拉曼跃迁中, 等效二能级操作所对应的等效拉曼转动角

$$\phi_R = \int dt \tilde{\Omega}_R(t) = \int dt \sqrt{|\delta_R(t)|^2 + |\Omega_R(t)|^2} \quad (2.44)$$

表示的是系统实际的转动角度; 而  $\mathcal{A}_R$  是从光学实现角度出发, 与  $\delta_R$  无关。由式 (2.42), 我们可得当脉冲面积一定时, 自发辐射量反比于单光子失谐量  $\Delta$ ; 同时, 由  $\Omega_R = \Omega^2/2\Delta = (\Omega^2/2\Delta^2)\Delta$  可得, 当  $\Omega/\Delta$  一定 (确保激发态都能够绝热去除) 时,  $\Omega_R$  正比于  $\Delta$ 。于是, 对于拉曼跃迁中等效二能级体系的量子控制, 为了减少控制过程中的退相干并且拥有更快的操作速度, 我们应该在激光功率以及其他可能的限制条件下选取尽可能大的单光子失谐量  $\Delta$ 。

### 2.1.5 动量晶格、原子干涉的速度类处理方法

超越内态描述，对物质波的描述需要计入原子外态的演化，在式 (2.45) 的基础上，我们有

$$H_{\text{tot}} = -\frac{\hbar\nabla^2}{2M} - \frac{\hbar}{2}\delta_R\sigma_z + \frac{\hbar}{2}\left(\Omega_R e^{i\mathbf{k}_{\text{eff}}\cdot\mathbf{r}}\sigma_+ + \text{h.c.}\right) \quad (2.45)$$

基于行波光场的空间周期性，一个原子干涉中物质波内外态描述的经典方法是将物质波分解为速度类 (velocity class)<sup>[22]</sup>，进而实现对上式的化简。具体来说，考虑物质波动量  $|a, \mathbf{p}\rangle$  及  $|b, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_R\rangle$  可由  $\mathbf{k}_R$  拉曼拉比耦合形成二能级系统，且在动量空间，动能算符变为常数，我们有  $2 \times 2$  的哈密顿量

$$H = -\frac{\hbar}{2}\left(\delta_R + \frac{\mathbf{p}^2}{2M} - \frac{(\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_R)^2}{2M}\right)\sigma_z + \frac{\hbar}{2}(\Omega_R\sigma_+ + \text{h.c.}) \quad (2.46)$$

上式直接和内态操控二能级系统的哈密顿量对应，极大的方便了对物质波操控技术的数学处理。此外，在式 (2.40) 基础上，如果通过置换  $\mathbf{E}_{1,2}$  的光的波矢  $\mathbf{k}_{1,2}$  获得反向  $\mathbf{k}_R$ ，则  $|b, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}_R\rangle$  可以进一步被耦合到  $|a, \mathbf{p} + 2\mathbf{k}_R\rangle$ ，同时  $|a, \mathbf{p}\rangle$  也可以被耦合到  $|b, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}_R\rangle$ 。当经历多次操控之后，初动量为  $\mathbf{p}_0$  的物质波最终会形成可表示为  $|a(b), \mathbf{p}_0 \pm n\hbar\mathbf{k}_R\rangle$  的多个速度类；这些速度类在动量空间表现为  $\hbar\mathbf{k}_R$  为间距的晶格，故这一方法又被称作动量晶格 (momentum lattice)<sup>[23]</sup>，见图 2.4 (b)。

我们可以注意到，对于一个翻转操作，原子获得的动量的绝对值均为  $\hbar|\mathbf{k}_R|$ ，但不同的初始内态会导致获得动量的方向相反。一般地，二能级原子的两个能级可视作自旋-1/2 的两个分量，故这一物质波操控技术又被称作自旋相关动量转移；当脉冲的时长远小于原子运动的时间尺度时，该转移效率变得和原子运动状态无关，我们又将这一对于原子来说是“瞬时”发生的操作叫作自旋相关瞬时加速 (spin-dependent kick, SDK)。SDK 是一类重要的二分量物质波精密操控技术，在本文第 4 章有更详细论述。

### 2.1.6 多能级原子和近共振光场相互作用

以上我们以二能级和三能级系统为例介绍了光和原子近共振相互作用的基本物理模型。本节我们将在此基础上介绍近共振光场中多能级原子运动的精确模型。

类碱金属原子的内态电子能级可以由围绕带正电原子实运动的价电子波函数描述。对应的原子能级由电子的轨道运动，自旋轨道耦合，及超精细作用共同决定<sup>[24]</sup>。考虑到我们所关注的激光脉冲的拉比频率与频率展宽均小于几十 GHz，

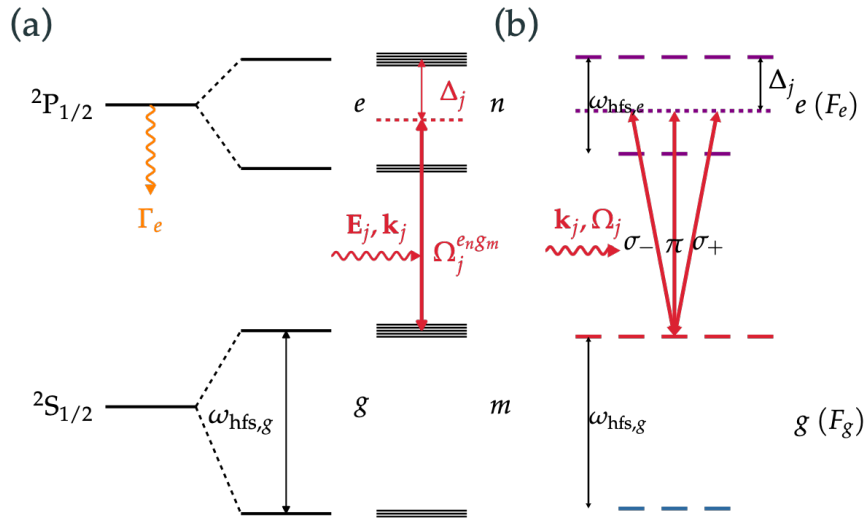


图 2.5: 激光与类碱金属结构原子多能级相互作用示意图。这里我们以 D1 线跃迁为例，其中  $2S_{1/2}$  与  $2P_{1/2}$  分别表示精细结构基态和精细结构激发态，其沿虚线分裂为对应的多个超精细结构  $e$  和  $g$ ，最后  $m$  和  $n$  则表示对应的塞曼子能级。对于同一个超精细能级的塞曼子能级在零磁场时简并，这里只是为了示意而将它们分开表示。(b) 零磁场下简并的不同塞曼子能级与不同光偏振分量的耦合示意图。

对于重碱金属原子来说，这一展宽远小于精细结构分裂，因此我们可以认为脉冲激光驱动精细结构孤立跃迁。如图 2.5 所示，这里以 D1 线跃迁为例， $S_{1/2}$  与  $P_{1/2}$  分别表示精细结构基态和激发态，由于电子自旋和核自旋的耦合，跃迁谱线进一步分裂为超精细结构，而每一个超精细结构能级又会有对应的简并塞曼子能级。

我们考虑三维空间中的任意光场与全能级原子相互作用的一般情况。对于波矢为  $\mathbf{k}_j$ ，偏振  $\mathbf{e}_j$  并以圆频率  $\nu$  振动的第  $j$  束激光，其对应的三维电场分布如式 (2.1) 可写作

$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}_j \mathcal{E}_j(\mathbf{r}, t) e^{i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \nu_j t)} \quad (2.47)$$

后续相互作用处理与二能级体系相似。值得注意的是，对于多能级原子，其含有多个跃迁频率，但在做旋转波变换时只能选取单一频率。为了简化数值模拟的编程，我们通常将这一变换的基准圆频率  $\nu_0$  选为某个基态超精细能级  $g_l$  和某个激发态超精细能级  $e_l$  之间的跃迁频率，有  $\nu_0 = \omega_{e_l} - \omega_{g_l}$ 。而将自己频率与该基准之间的差计入含时振荡的失谐量中。按照这一规则，我们可以写出多能级原子与

多束激光同时相互作用的总哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{r}, t) = & \hbar \sum_e \tilde{\omega}_e \sigma^{e_n e_n} + \hbar \sum_g \tilde{\omega}_g \sigma^{g_m g_m} \\
 & + \frac{\hbar}{2} \sum_j \sum_g \sum_e \Omega_j^{e_n g_m}(\mathbf{r}, t) e^{-i\Delta_j t} e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}} \sigma^{e_n g_m} + \text{h.c.}
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

其中  $m, n, l$  表示塞曼子能级的磁量子数，重复的  $m, n, l$  表示对所有可能的值遍历求和<sup>[25]</sup>。 $\sigma^{e_n g_m} = |e_n\rangle\langle g_m|$  是  $|e_n\rangle$  和  $|g_m\rangle$  跃迁的升降算符失谐量。这里，失谐量定义为  $\Delta_j = \nu_j - \nu_0$ ，拉比频率

$$\Omega_j^{e_n g_m}(\mathbf{r}, t) \equiv -\frac{\langle e_n | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_j \mathcal{E}_j(\mathbf{r}, t) | g_m \rangle}{\hbar} \tag{2.49}$$

其中  $\mathbf{d}$  为原子的电偶极矩算符。而  $\tilde{\omega}_{e(g)}$  表示经历旋转波变换之后对应的频率，有  $\tilde{\omega}_{e(g)} = \omega_{e(g)} - \omega_{e_l(g_l)}$ 。在此基础上，如果需要使用随机波函数方法，只需加入所有激发态的自发辐射就可以得到非厄米的哈密顿量

$$H' = H - \frac{i\hbar}{2} \sum_e \Gamma_e \sigma^{e_n e_n} \tag{2.50}$$

对于光场来说，式 (2.48) 涵盖了各种形式的多光场相互作用的情况，包括连续光场和激光脉冲以及各种偏振与传播方向；对于原子来说，它则同时包含了激光对其内态和外态的操控，因此可以直接应用于真实多分量物质波的控制。这一哈密顿量是本文工作中理论预测以及实验结果验证的基本模型和数值模拟框架，具体对应的数值方法见章节 2.3.1。

### 2.1.7 多分量物质波的瞬态操控及实空间波函数描述

前面的小节介绍了拉曼跃迁二能级下的物质波图像。但是为了实现真正的精密物质波控制，我们同样需要考虑原子多能级结构下的受激拉曼跃迁所对应的多分量物质波。

#### 多能级原子的受激拉曼跃迁

如图 2.6 (a) 所示，与简单三能级拉曼体系一致，我们考虑通过一对相向传播的激光脉冲  $\mathbf{E}_{1,2} = \mathbf{e}_{1,2} \mathcal{E}_{1,2}(\mathbf{r}, t) e^{i(\mathbf{k}_{1,2} \cdot \mathbf{r} - \nu_{1,2} t)} + \text{c.c.}$  来驱动类碱金属原子两个超精细结构基态  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  经由中间的激发态  $|e\rangle$  所形成的拉曼跃迁。与上一小节类似，两个脉冲的光学载波频率的差  $\nu_1 - \nu_2$  被设为等于两个基态的超精细分裂  $\omega_{ab} \equiv \omega_{\text{hfs},g}$ 。我们考虑  $a, b, e$  是超精细劈裂的能级，其总动量分别是  $F_a, F_b, F_e$ ，其中  $e$  为多值，包含了所有可能的激发态。我们假设原子核自旋  $I > 1/2$ ，于是

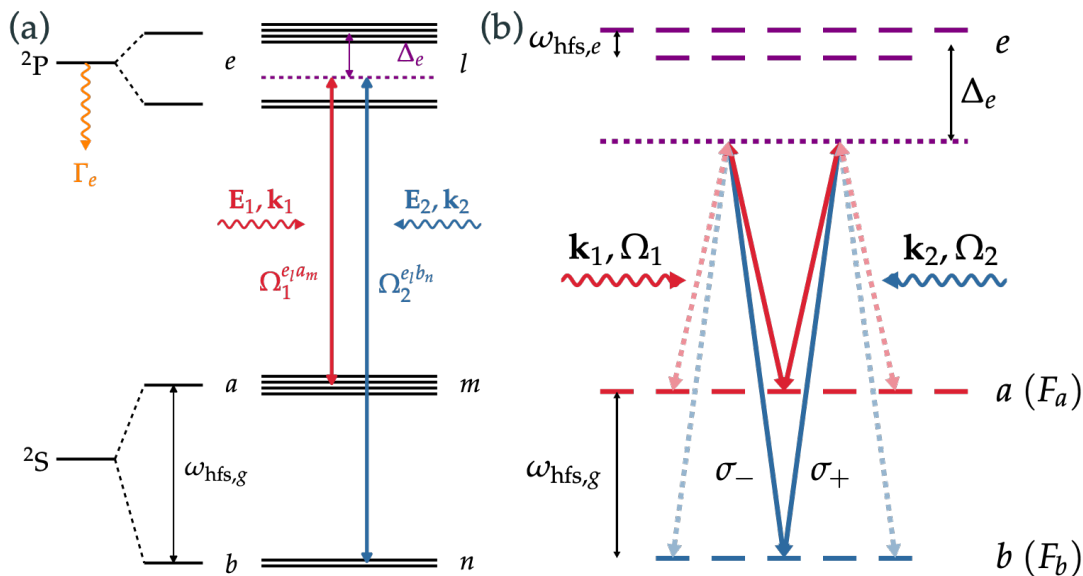


图 2.6: 激光与类碱金属原子的受激拉曼跃迁全能级相互作用示意图。(a) 组成受激拉曼跃迁的两束激光的跃迁示意图。(b) 零磁场下简并的不同塞曼子能级与不同光偏振分量的耦合示意图。

$a, b, e$  能级都有塞曼简并。具体来说，对于某个总角动量为  $F_c$  的能级  $c$ ，其拥有  $2F_c + 1$  个塞曼子能级  $|c_m\rangle \equiv |c, F_c, m\rangle$ ，其中  $m \in [-F_c, F_c]$  表示磁量子数。和之前处理受激拉曼过程的标准流程相似，从式 (2.48) 所表示的全能级的半经典哈密顿量出发，假设脉冲相对单光子跃迁足够弱且平滑，我们可以将激发态绝热去除，进而得到定义在基态流形（图 2.6 (b) 中的  $a$  和  $b$ ）上的等效哈密顿量

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{r}, t) = & \hbar \sum_e \sum_{j=1,2} \frac{\Omega_j^{e_1 a m} \Omega_j^{e_1 a n^*}}{4(\nu_j - \omega_{ea})} \sigma^{a_n a_m} + \frac{\Omega_j^{e_1 b m} \Omega_j^{e_1 b n^*}}{4(\nu_j - \omega_{eb})} \sigma^{b_n b_m} \\
 & + \hbar \sum_e \frac{\Omega_1^{e_1 a m} \Omega_2^{e_1 b n^*}}{4\Delta_e} e^{i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} \sigma^{b_n a_m} + \text{h.c.} \\
 & + \hbar \sum_e \frac{\Omega_2^{e_1 a m} \Omega_1^{e_1 b n^*}}{4\Delta_e} e^{-i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} e^{i2\omega_{ab}t} \sigma^{b_n a_m} + \text{h.c.}
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

与章节 2.1.6 一致，重复的  $m, n, l$  表示对所有可能的值遍历求和。每个激发态  $e$  所对应的单光子失谐量定义为  $\Delta_e = \nu_1 - \omega_{ea} = \nu_2 - \omega_{eb}$ 。矢量  $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$  为双光子有效波矢，其对应受激拉曼跃迁的实际波矢。 $\sigma^{a_m e_l} = |a_m\rangle\langle e_l|$  和  $\sigma^{e_l a_m} = |e_l\rangle\langle a_m|$  是  $|a_m\rangle$  和  $|e_l\rangle$  跃迁的升降算符（相似地，定义在其它  $|a_m\rangle$ 、 $|b_n\rangle$  和  $|e_l\rangle$  态组合上的  $\sigma$  算符的定义也遵循这一规则）。对应的光学拉比频率与章节 2.1.6 类

似，有

$$\Omega_{a_m(b_n)e_l}^j(\mathbf{r}, t) \equiv -\frac{\langle a_m(b_n) | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_j \mathcal{E}_j(\mathbf{r}, t) | e_l \rangle}{\hbar}, \quad (2.52)$$

其中， $\mathbf{d}$  是原子的电偶极矩算符。

对于这一哈密顿量，其第一行表示激光对同一超精细结构内部各个塞曼子能级的影响，其中包含标量光频移 ( $m = n$ ) 以及角动量不变的拉曼跃迁 ( $m \neq n$ )；第二行对应于式 (2.45) 类似的常规受激拉曼跃迁；第三行则可理解成第二行所对应的受激拉曼跃迁的“反旋转波”项。由上一小节的分析知，公式 (2.51) 第二行中的  $\sigma^{b_n a_m}$  所对应的拉曼跃迁会伴随着原子外态获得  $\pm \hbar \mathbf{k}_R$  的冲量；相似地，第三行对应的“反旋转波”项则会使得原子外态获得相反的  $\mp \hbar \mathbf{k}_R$  的冲量。对于带宽  $\delta\nu \ll \omega_{ab}$  的相对“平滑”的激光脉冲，这个“反旋转”拉曼过程由于极远失谐，会被极大地抑制。

由此，我们就得到了当考虑基态全能级结构时，受激拉曼跃迁基本的理论模型。对于特殊偏振及失谐情况下更具体的动力学图像，我将在第 4 章中展开进一步讨论。

### 多分量物质波的实空间波函数描述

我在小节 2.1.5 中已经论述，基于平面波光场的周期性，原子外态运动很自然的可以在动量晶格展开，实现对“速度类”原子的方便描述<sup>[4,22]</sup>。然而动量晶格基矢对应的空间分布是非局域的，对于本论文关注的空间非均匀分布光场来说，这样的基矢并不方便。此外，注意到变化光场作用下动量晶格态互相耦合，因此多分量物质波的演化必须直接运用计入外态在内的多分量薛定谔方程，即使是半经典近似下，相关处理方法也比较复杂。

不同于动量态描述，本论文多分量物质波量子调控的绝大部分讨论是基于物质波的实空间描述。具体来说，我们考虑内态定义在由基矢  $\{|a_m\rangle, |b_n\rangle\}$  所组成的 Hilbert 空间内，其中  $|a_m\rangle, |b_n\rangle$  为拉曼跃迁的两个超精细结构基态中被拉曼驱动的所有塞曼子能级，见图 2.4。对于物质波波函数的空间分布，我们总可以写成

$$|\psi(\mathbf{r})\rangle = \sum_{c,m} \psi_{c_m}(\mathbf{r}) |c_m\rangle \quad (2.53)$$

注意上式的狄拉克符号  $|\psi(\mathbf{r})\rangle$  对于位置  $\mathbf{r}$  处的原子内态，并不要求归一化，而原子态归一化由  $\int d^3\mathbf{r} \sum_{c,m} |\psi_{c_m}|^2 = 1$  给出。在实空间基矢  $|\psi(\mathbf{r})\rangle$  下，光和原子相互作用携带的相位，“局域”地从光场传递给原子态，例如，从  $g$  到  $e$  的平面波光吸收伴随着  $\psi_g(\mathbf{r}) \rightarrow \psi_e(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ 。而多分量原子的动量分布由 Fourier 变化

获得

$$|\phi(\mathbf{k})\rangle = \mathcal{F}[|\psi(\mathbf{r})\rangle] = \sum_{c,m} \int d^3\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \psi_{c_m}(\mathbf{r}) |c_m\rangle \quad (2.54)$$

很明显的是，多分量物质波的实空间描述可以更加方便的描述非周期性空间光场下原子态的演化。此外，对于足够短的脉冲激光来说，原子的外态运动可以忽略，我们因此可以避免运动态的复杂性，直接通过求解  $|\psi(\mathbf{r})\rangle$  的内态动力学过程来判断物质波的量子操控动力学效果。

### 多分量物质波演化的分裂算符“分步演化”图像

如式 (2.53) 和式 (2.54) 所描述的原子多分量波函数，其含时演化原则上可由

$$H_{\text{tot}}(\mathbf{r}, t) = -\hbar\nabla^2/2M + H(\mathbf{r}, t) \quad (2.55)$$

生成，并和上述随机波函数方法结合以计入自发辐射弛豫。该方法是章节 2.1.5 速度类方法的多能级扩充，其数值实现将在本章第三节给予介绍。本小节介绍基于分裂算符方法的多分量物质波分布演化物理图像。

对于实空间波函数描述下的多分量物质波演化，其主要包含两部分，其一是激光脉冲与原子的相互作用导致的演化，其二是在自由空间中物质波的自由飞行（如原子干涉中在“询问”时间内的演化）。由于我们考虑的是纳秒级的光学脉冲对于冷原子体系的作用，其在作用过程中，原子的运动可以忽略不计。因此，我们可以借助分裂算符方法 (split-operator method, SOM)<sup>[26]</sup> 的思想，将这两部分分裂。具体演化过程如下：

对于时长为  $\tau_c$  的激光脉冲与原子的相互作用，考虑原子外态运动可以忽略不计的瞬态脉冲条件

$$k v \tau_c \ll 1 \quad (2.56)$$

这里  $k$  是光场的特征波矢大小， $v$  是原子的特征速度大小。瞬态脉冲条件可对应于光学物理中的“薄透镜近似”<sup>[27]</sup>。在瞬态脉冲条件下，我们忽略  $H_{\text{tot}}$  中的动能部分，利用 Schrödinger 方程计算出对应的演化算符

$$U(\mathbf{r}) = \mathcal{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^{\tau_c} H(\mathbf{r}, t) dt\right) \quad (2.57)$$

其中  $\mathcal{T}$  表示时间排序算符。在获得  $U(\mathbf{r})$  之后，我们就可以得到单个脉冲与物质波相互作用之后的波函数

$$|\psi(\mathbf{r}, t + \tau_c)\rangle = U(\mathbf{r}) |\psi(\mathbf{r}, t)\rangle \quad (2.58)$$

当相互作用结束之后，我们考虑其自由飞行过程。由于此时对应的哈密顿量

$$H_{\text{ext}} = -\hbar\nabla^2/2M \quad (2.59)$$



对于以  $\mathbf{k}$  为基矢表示的波函数更为直接，因此我们用倒空间中的波函数  $|\phi(\mathbf{r})\rangle$  演化（见式 (2.54)）。于是自由飞行  $T$  之后，其倒空间中的波函数容易求得

$$|\phi(\mathbf{k}), t+T\rangle = \exp\left(-i\frac{\hbar k^2}{2M}T\right) |\phi(\mathbf{k}, t)\rangle \quad (2.60)$$

当此过程结束之后，我们只需通过反 Fourier 变换将波函数转回实空间，就可得其实空间下的波函数  $|\psi(\mathbf{r})\rangle$ 。以此循环往复，即可求得物质波在激光脉冲控制和自由演化交替过程中的波函数演化。

## 2.2 二分量物质波的几何控制

由章节 2.1.5、2.1.7 的讨论可知，对于拉曼物质波调控来说，无论是动量晶格图像还是瞬态实空间图像，对多分量物质波的量子操控可以方便地描述为少能级操控。本节将从最简单的二分量物质波操控出发，在空间局域基矢  $|\psi(\mathbf{r})\rangle = \psi_a|a\rangle + \psi_b|b\rangle$  下介绍操控强度容错的物质波单比特操控理论方法。该方法并不常见于相关文献<sup>[10,13]</sup>。然而如前所述，该方法不仅和动量晶格方法完全等价，且更加适用于考察非均匀光场下的脉冲光操控。

### 2.2.1 Bloch 球图像

一般来说，以  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$  为基矢的二能级体系等价于（赝）自旋 1/2 的粒子。不失一般性，我们考虑  $|a\rangle, |b\rangle$  为自旋算符  $\mathbf{S}$  沿  $z$  方向的分量  $S_z$  所对应的两个本征态。在此基矢下，自旋算符可以表示为  $\mathbf{S} \equiv \{S_x, S_y, S_z\} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ ，这里  $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$  为 Pauli 矩阵：

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \text{和 } \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

于是公式 (2.5) 的哈密顿量可以用自旋算符表示为

$$H = \frac{\hbar}{2} (\text{Re}[\Omega(t)]S_x - \text{Im}[\Omega(t)]S_y - \Delta(t)S_z) \quad (2.62)$$

我们考察自旋态  $|\psi\rangle$  的密度矩阵算符， $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ ，并将  $\rho = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\sigma})$  代入，由薛定谔方程  $i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho]$  可得

$$\frac{d}{dt}\mathbf{S} = \boldsymbol{\Omega}(t) \times \mathbf{S} \quad (2.63)$$

其中  $\boldsymbol{\Omega}(t) \equiv \{\text{Re}[\Omega(t)], -\text{Im}[\Omega(t)], -\Delta(t)\}$ 。注意到“态矢量”

$$\mathbf{S} = \{\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta\} \quad (2.64)$$

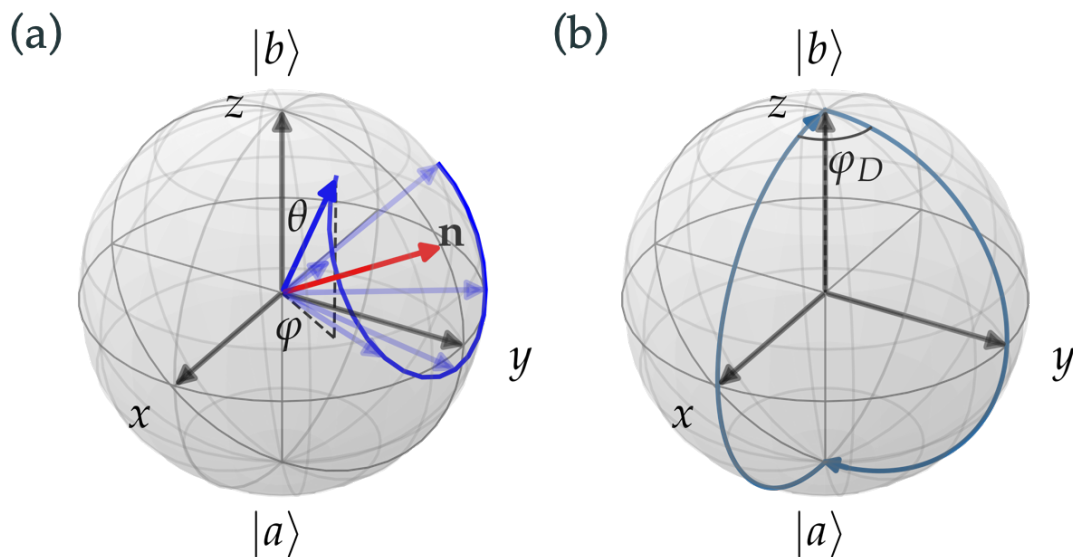


图 2.7: (a) Bloch 球示意图。其中红色箭头表示转轴，蓝色箭头表示量子态，蓝线表示量子态随转轴转动的轨迹。(b) 量子态从  $|b\rangle$  出发，沿蓝色路径经过  $|a\rangle$  最终回到  $|b\rangle$  的过程积累的几何相位示意图。

可以用来表达波函数

$$|\psi(\theta, \varphi)\rangle = e^{-i\varphi/2} \cos \frac{\theta}{2} |b\rangle + e^{i\varphi/2} \sin \frac{\theta}{2} |a\rangle \quad (2.65)$$

即 Bloch 矢量  $\mathbf{S}$  和量子态  $|\psi\rangle$  形成一一对应关系。其运动由“拉比矢量”  $\tilde{\Omega}(t)$  控制。有了上述推导，对于任一量子态及其演化过程，我们都可以在波函数表象和 Bloch 球图像之间实现转化。

为标记简单起见，我们考虑一个恒定的光场。于是经过时间  $\tau$ ，该波函数的演化由 Schrödinger 方程可推导得  $|\psi(\tau)\rangle = U(\mathbf{n}, \phi) |\psi(0)\rangle$ ，其中演化算符

$$U(\mathbf{n}, \phi) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H\tau\right) = \mathbb{1} \cos \frac{\phi}{2} - i\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \frac{\phi}{2} \quad (2.66)$$

这里， $\phi = \tilde{\Omega}\tau$  为 Bloch 球图像中的转动角。同时，我们将实现这一演化的量子控制定义为  $R_{\mathbf{n}}(\phi)$ ，表示绕着转轴  $\mathbf{n}$  转动了  $\phi$ 。例如， $R_x(\pi)$  表示绕  $x$  轴转了  $\pi$  rad。借由量子计算的术语，这样的量子控制实现了单比特空间的一个量子门 (quantum gate)<sup>[28]</sup>。

### 几何相位与几何控制

Berry 在 1984 年提出，对于一个哈密顿量含时的量子体系，当绝热地经历循环演化回到初态之后，系统除了得到一个动态相位  $\varphi_D$  (dynamic phase)，还

会获得一个几何相位  $\varphi_G$  (geometric phase), 可由参数流形的环路积分得到<sup>[29]</sup>。Berry 证明这一相位仅和路径的几何形状有关, 而和如何通过这一路径无关。如图 2.7 (b) 所示, 系统经历从  $|b\rangle$  出发到达  $|a\rangle$  又回到  $|b\rangle$  的演化, 积累的几何相位如图中  $\varphi_D$  所示。

进一步, Aharonov 和 Anandan 证明即使演化是非绝热的, 几何相位仍然存在<sup>[30]</sup>。我们考虑一个体系的量子态由  $|\psi(t)\rangle$  表示。该体系的动力学可由 Schrödinger 方程描述

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle \quad (2.67)$$

这里  $H(t)$  是随时间变化且厄米的。当演化是循环时, 我们有

$$|\psi(t_f)\rangle = e^{i\varphi} |\psi(t_i)\rangle, \quad \varphi \in \mathbb{R} \quad (2.68)$$

这里  $t_i, t_f$  分别表示初始和结束时刻。那么这一相位  $\varphi$  包含了几何贡献  $\varphi_G$ , 可由动态相位规定

$$\varphi_G = \varphi - \varphi_D, \quad \varphi_D = -\frac{1}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \langle \psi(t) | H(t) | \psi(t) \rangle \quad (2.69)$$

这一相位又被称作 Aharonov-Anandan (AA) 相位<sup>[30-31]</sup>。

而对应的, 如果一个量子控制操作结束之后, 量子态如果不存在动态相位仅保留几何相位, 即  $\varphi_D = 0$ ,  $\varphi = \varphi_G$ , 则我们就称这一量子控制为几何控制 (geometric control)。

## 2.2.2 物质波瞬态量子门

### 内态量子门与物质波瞬态量子门

在上一节中我已经提到, 一个量子门在 Bloch 球图像上可以形象化为绕转轴  $\mathbf{n}$  转动角度  $\varphi$ , 记作  $R_{\mathbf{n}}(\varphi)$ , 而其对应的演化算符  $U_{\mathbf{n}}(\varphi)$  可以由式 (2.66) 写出。由于这一量子控制是只关于内态定义的, 故我们这里暂时将其称作内态的量子门。

对于二分量物质波的控制, 其需要同时考虑内外态的操作。如章节 2.1.3 所讨论的, 当我们需要考虑激光对原子外态操控时, 只需在哈密顿量中对应的光场的拉比频率中引入其随空间变化的相位。对于拉曼跃迁, 有  $\Omega_R \rightarrow \Omega_R e^{i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}}$ 。此时, 如果我们考虑的是内-外态纠缠的操作, 那么本来定义在内态上的量子门  $R_{\mathbf{n}}(\varphi)$  其对应的转轴  $\mathbf{n}$  就变得与空间位置  $\mathbf{r}$  相关了, 有

$$\mathbf{n}(\mathbf{k}_R, \mathbf{r}) = (n_x + \cos(\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}), n_y - \sin(\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}), n_z) \quad (2.70)$$

而对应的物质波的理想瞬态量子门则记为  $R_{\mathbf{n}(\mathbf{k}_R)}(\phi)$ 。如上一小节中对于物质波内态翻转两次的操作，其对应的就一个标准的物质波相位门。不过为了简化记号，当提到物质波的量子控制时，如无特别说明，我将仍用其  $\mathbf{r} = 0$  时的转轴  $\mathbf{n}$  所对应的内态量子门  $R_{\mathbf{n}}(\phi)$  的记号来表示该物质波量子门。如对物质波的理想  $R_x(\pi)$  几何控制，其对应的演化算符实际为

$$U(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} 0 & -ie^{i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} \\ -ie^{-i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

如此，我们就成功将一般定义在内态的量子控制的概念拓展到物质波的量子控制上来。而借助这一桥梁，我们就能将内态演化的物理图像亦或者是表征控制性能的参数等类似地拓展到物质波上。

### 2.2.3 原子干涉仪的物质波量子门描述

作为一个物质波控制的重要应用，如图 2.8 (a) 所示，我们运用上述的物质波量子门和物质波实空间波函数描述来考虑一个基本的 Mach-Zehnder 构型的拉曼光脉冲原子干涉仪，论证在这一描述框架下原子干涉仪的相位来源，并且与 2.1.5 节中传统的基于路径积分的速度类描述相一致。

对于拉曼二分量物质波干涉仪来说，其两个分量对应内态  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$ 。光脉冲由一对相向传播的激光实现：与图 2.4 定义的受激拉曼跃迁一致，它们分别远失谐地驱动两个基态到激发态的偶极跃迁并共享接近的单光子失谐量。光脉冲对物质波的控制利用对等效二能级体系的自旋-运动耦合的控制实现：相对于原子运动速度来说很短的光脉冲作用在原子物质波上，使其分束 (split)、重定向 (redirection) 和合束 (recombine)。在这些光脉冲之间，原子自由飞行。要测的物理量经常会与原子在飞行过程中的受力产生联系，并使得原子产生产生路径相关的干涉相位  $\Phi$ 。

如图 2.8 所示，本小节我们将利用物质波波函数描述来解释原子干涉仪两个干涉路径如何干涉，并以重力为例，说明其如何进入原子干涉仪的干涉相位。我们假设双光子有效波矢与重力均沿  $+z$  方向的一维情况，有  $\mathbf{k}_R = k_R \mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{g} = g \mathbf{e}_z$ 。在整个干涉仪运行过程中，物质波的相位可以被分解成两部分：激光与原子相互作用给予的相位和物质波自由传播的相位。为了简化描述，我们在整个过程中对波函数不作归一化，只是专注于它两个分量的相位。

在三脉冲干涉仪中的演化，物质波经历了的过程总述为  $R_x(\pi/2)$ 、时长为  $T$  的自由演化、 $R_x(\pi)$ 、时长为  $T$  的自由演化以及  $R_x(\pi/2)$ ，则在这一过程中，

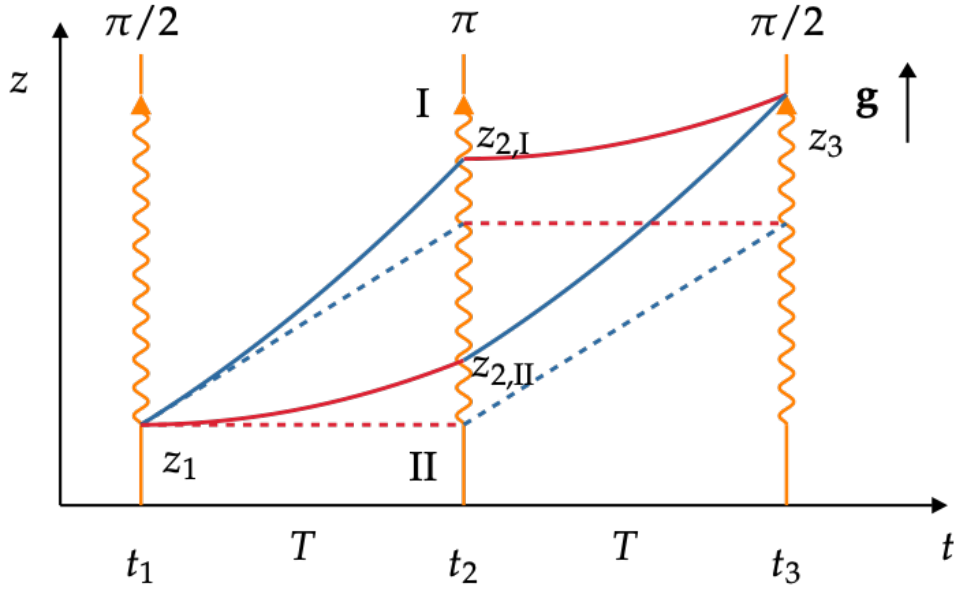


图 2.8: 用以测量重力加速度的原子干涉仪干涉路径示意图。其中虚线表示无重力时的干涉路径；实线表示有重力时的干涉路径。

其波函数的变化可以推导如下：

$$\begin{aligned}
 & |\Psi\rangle \sim |a\rangle \\
 \xrightarrow{R_x(\pi/2)} & |\Psi\rangle \sim |a\rangle - i \exp(ik_R z) |b\rangle \\
 \xrightarrow{T} & |\Psi\rangle \sim |a\rangle - i \exp\left(ik_R \left(z - \frac{1}{2}v_R T\right)\right) |b\rangle \\
 \xrightarrow{R_x(\pi)} & |\Psi\rangle \sim -i \exp(ik_R z) |b\rangle - \exp\left(-ik_R \frac{1}{2}v_R T\right) |a\rangle \\
 \xrightarrow{T} & |\Psi\rangle \sim -i \exp\left(ik_R \left(z - \frac{1}{2}v_R T\right)\right) |b\rangle - \exp\left(-ik_R \frac{1}{2}v_R T\right) |a\rangle \\
 \xrightarrow{R_x(\pi/2)} & |\Psi\rangle \sim -\exp\left(-ik_R \frac{1}{2}v_R T\right) |a\rangle
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

可见，当合束之后，两个经历不同的路径的分量最终均回到内态  $|a\rangle$ ，对应干涉相位  $\Phi = 0$ ；且不再含有  $z$  依赖的相位，对应外态动量为 0。相似地，当重力存在时，我们也可以以类似的方法推导出物质波在合束操作前的波函数

$$|\Psi\rangle \sim -(e^{\varphi_I} + e^{\varphi_{II}}) |a\rangle + ie^{ik_R z} (e^{\varphi_I} - e^{\varphi_{II}}) |b\rangle \tag{2.73}$$

其中

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{I}} &= k_{\text{R}} \left( \frac{1}{2} v_{\text{R}} T + \frac{1}{2} g T^2 \right) \\ \varphi_{\text{II}} &= k_{\text{R}} \left( \frac{1}{2} v_{\text{R}} T + \frac{3}{2} g T^2 \right)\end{aligned}\quad (2.74)$$

为两条路径对应的积累相位。此时，对应的干涉相位

$$\Phi = \varphi_{\text{II}} - \varphi_{\text{I}} = k_{\text{R}} g T^2 \quad (2.75)$$

而经历合束操作之后，这一相位会体现在两个分量的布居上，于是重力加速度作为待测量进入了我们的测量读取。

另一方面，我们定义干涉仪的包围面积  $A = \int_0^{2T} \Delta z(t) dt$ ，表示在三个拉曼控制后两种物质波干涉路径之间相对位移  $\Delta z(t)$  的积分。由几何关系，环路所围成的区域面积可以容易地计算得  $A = v_{\text{R}} T^2$ ，其中  $v_{\text{R}} = \hbar k_{\text{R}} / M$ 。重要的是，“包围面积” $A$  是两条物质波的干涉路径的相空间分离的积分，正比于原子在这两条路径上的经历相位的差。比较  $A$  与式 (2.75)，有  $\Phi \propto A$ ，与这一结论一致。因此为了获得更大的相位灵敏度，在测量时间  $T$  内获得尽可能更大的面积  $A$  对于光脉冲原子干涉仪的精密测量是至关重要的<sup>[32-34]</sup>。这一问题以及对应的干涉面积增强的方法，我们会在章节 4.6 中进一步讨论。

### 2.2.4 通道保真度和量子门保真度

相对于式 (2.66) 的理想二能级转动操控，实际光场对原子量子态的操控必然受各类由非完美实验条件，以及超越非完美模型本身的微扰和噪声影响。刻画不完美量子操控品质的一个重要物理量是量子操控的保真度。从特定被操控的量子态出发定义的保真度被称为“通道保真度”，而对量子门的一般性评估由量子门保真度刻画。以下我们将对这两个量首先给与二能级定义，然后拓展到瞬态物质波量子门操作。

#### 通道保真度

我们考虑任意理想的操控  $U$ ，其对应的实际操控为  $\tilde{U}$ 。对理想操作和实际操作的直接比较可考察它们作用于相同初态之后末态之间的内积

$$f_{\psi}(\tilde{U}, U) = \left| \langle \psi | U^{\dagger} \tilde{U} | \psi \rangle \right|^2 \quad (2.76)$$

其中  $|\psi\rangle$  表示某个考察的初态， $f_{\psi}(\tilde{U}, U)$  被称为通道保真度 (channel fidelity)<sup>[35]</sup>。

在本论文工作中，我们将该定义拓展到空间延展的多分量原子物质波，如式 (2.53)，考察初态  $|\psi(\mathbf{r})\rangle = \sum_c \psi_c(\mathbf{r})|c\rangle$ ，则如上式定义的二分量量子门物质波操控通道保真度可以定义为

$$f_c(\tilde{U}, U) = \left\langle \left| \int d^3\mathbf{r} |\psi_c(\mathbf{r})|^2 \langle c|U^\dagger(\mathbf{r})\tilde{U}(\mathbf{r};\eta)|c\rangle \right|^2 \right\rangle_\eta \quad (2.77)$$

这里  $\int d^3\mathbf{r}$  表示关于空间归一化的积分<sup>[36]</sup>，等效于空间平均。 $|c\rangle$  可以表示二分量物质波的  $|a\rangle$  或  $|b\rangle$ ，也可以表示多分量物质波的  $|a_m\rangle$  或  $|b_n\rangle$ 。我在这里将物质波不同部分感受到哈密顿量变化的参数抽象为  $\eta$ ， $\langle \cdots \rangle_\eta$  表示对于  $\eta$  关于其对应的密度取加权平均。该定义在本文第 4 章工作中有具体应用。

### 量子门保真度

然而，对于一个量子门操作来说，即使  $\tilde{U}$  对于某个态对应的通道保真度  $f = 1$ ，也不能说明它与理想操作  $U$  完全一致。正如章节 2.2.1 所定义的，量子门是在 Bloch 球上对应的图像是一个统一的转动，因此真正表征其性能应该由所有可能  $|\psi\rangle$  下的通道保真度平均值决定：

$$\mathcal{F}(\tilde{U}, U) = \int d\psi \left| \langle \psi|U^\dagger\tilde{U}|\psi\rangle \right|^2 \quad (2.78)$$

这里  $\int d|\psi\rangle$  表示对态空间内所有态归一化的积分<sup>[36]</sup>，有  $\int d|\psi\rangle = 1$ 。 $\mathcal{F}$  又被称作量子门保真度 (gate fidelity)<sup>[28]</sup>。

特别地，对于一个由  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  二能级体系或者说自旋-1/2 系统，我们可以证明上述的积分可以转化为 6 个态的平均<sup>[37]</sup>，有

$$\mathcal{F}(\tilde{U}, U) = \frac{1}{6} \sum_{j=\pm x, \pm y, \pm z} \left| \langle \psi_j|U^\dagger\tilde{U}|\psi_j\rangle \right|^2 \quad (2.79)$$

其中  $|\psi_j\rangle$  表示自旋-1/2 系统三个方向的自旋算符  $S_{x,y,z}$  对应的本征态，有

$$\begin{aligned} |\psi_{\pm x}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|b\rangle \pm |a\rangle), |\psi_{\pm y}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|b\rangle \pm i|a\rangle), \\ |\psi_{+z}\rangle &= |b\rangle, |\psi_{-z}\rangle = |a\rangle \end{aligned} \quad (2.80)$$

本文工作需要将 (2.79) 式推广到多分量物质波操控。由于多分量物质波量子态是分立内态和连续外态的直积，其量子门操控的保真度无法直接类比式 (2.76) 到式 (2.77) 而获得。然而对于本论文工作关注的瞬态物质波操控，量子门操控由局域的  $\tilde{U}(\mathbf{r})$  构成，我们因此可以定义门保真度为局域门操作保真度的平均值

$$\mathcal{F}(\tilde{U}, U) = \frac{1}{6} \sum_{j=\pm x, \pm y, \pm z} \left\langle \left| \langle \psi_j|U^\dagger(\mathbf{r})\tilde{U}(\mathbf{r})|\psi_j\rangle \right|^2 \right\rangle_{\mathbf{r}, \eta} \quad (2.81)$$

对于二分量物质波来说，这里  $|\psi_j\rangle$  可以表示二分量物质波  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  组成的自旋-1/2 系统的 6 个特征态。

由式 (2.77) 和式 (2.81) 定义的二分量物质波通道保真度和量子门保真度将用于评估本论文工作中的实验结果和理论方案，具体来说，用于评估对基态超精细结构中的成对二分量物质波  $|a_m\rangle$ ,  $|b_m\rangle$  构成的二分量系统子系统量子调控的保真度。在结束本节讨论以前，两个相关细节值得进一步讨论：

1. 本论文工作正对的是二分量物质波干涉<sup>2</sup>，因此式 (2.77) 和式 (2.81) 只考虑了二能级系统的量子门保真度，更加一般的多能级量子门保真度定义可见文献<sup>[36]</sup>，同时对应的物质波保真度定义可类比上述的过程获得。
2. 正对本论文工作聚焦的拉曼调控技术，式 (2.81) 的二分量物质波量子门保真度定义忽略的二分量物质波的整体相位空间变化。相应的，高保真度对应于两个内态分量物质波相对运动的精密操控，而共模运动并不在考察范围。对于拉曼原子干涉，离子阱自旋运动相干操控等实验，原子的共模运动动力学常相对简单。因此，将共模运动的调控精度排除在二分量物质波量子门保真度以外具有合理性。在第 4 章该合理性也通过对原子干涉的数值模拟得到验证。同时，我们期待更加一般的物质波门保真度定义。

### 2.2.5 二能级原子的光强容错调控

以上已经论述到，对物质波的光操控不可避免的会引入系统误差。运用不完美控制资源实现完美的量子操控是可能的。本节将以二能级原子为例，介绍由 NMR 领域发展起来的容错控制方法，并介绍其与几何操控的内禀联系。

#### 啁啾脉冲

啁啾脉冲是基于绝热过程的一种容错控制，其对控制参数的容错性主要来源于绝热过程的鲁棒性。当我们变化哈密顿量时，其所对应的本征态也随之改变；所谓绝热过程，是指如果哈密顿量变化足够缓慢，则系统的量子态将会绝热地保持在含时哈密顿量的对应本征态上演化。通过设计哈密顿量，我们就可以实现目标控制所需的态到态的操作。

具体地，我们考虑一个  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  组成的二能级体系，其初态处于  $|a\rangle$ ，并且我们想要通过激光脉冲将其翻转到  $|b\rangle$ 。系统任意时刻的本征态为裸态  $|b\rangle, |a\rangle$  的线性组合。于是我们考虑设计一个缓慢变化的脉冲，使得任意时刻原子均能

<sup>2</sup>包含多分量物质波中配对的二分量，详见第 4 章的内容



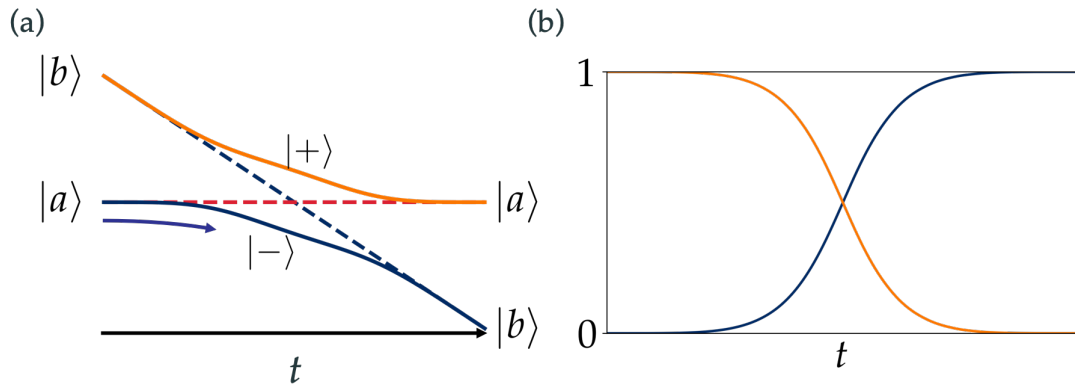


图 2.9: 绝热过程示意图。(a) 缀饰态表象下, 红色与蓝色虚线表示裸态能量随时间变化; 橙线与深蓝线表示缀饰态能量随时间变化; (b) 初态为  $|g\rangle$  和  $|e\rangle$  的原子经历绝热过程, 其  $|e\rangle$  态布居数随时间变化曲线 (分别对应蓝线和橙线)。

处于它的本征态  $|-\rangle$  (初态时, 脉冲强度为 0), 同时  $|-\rangle$  在末态时对应裸态  $|b\rangle$ , 这样即满足了在结束时实现布居的反转。如图 2.9 所示, 在初始时刻, 我们令  $\Delta \ll -|\Omega|$ , 然后慢慢地扫频使得失谐量穿过原子共振, 并最终达到反号极大  $\Delta \gg |\Omega|$ ; 而原子沿着深蓝线演化, 最终实现从  $|g\rangle$  翻转到  $|e\rangle$ 。在这一过程中, 根据 Landau-Zener 定理, 只要任意时刻满足绝热条件

$$\frac{|\dot{\Omega}\Delta - \Omega\dot{\Delta}|}{\tilde{\Omega}^2} \ll \tilde{\Omega} \quad (2.82)$$

原子即可绝热地保持在本征态上, 最终实现翻转。由于在这一过程中, 我们扫描了脉冲的失谐量, 即其频率随时间变化, 故这一脉冲也常被称作啁啾脉冲 (chirp pulse)。

啁啾脉冲作为一种实现原子布居变化的工具, 近年来在原子干涉领域已经得到了一些应用<sup>[38-39]</sup>。受惠于绝热过程的鲁棒性, 其在实验中也表现出了良好的性能。然而, 遗憾的是, 简单啁啾脉冲只能实现态到态的布居反转操作。而基于啁啾脉冲的任意量子门操作<sup>[40]</sup>所需要的任意波形脉冲实验上常常并不好实现。

### 组合脉冲和几何控制

对于原子体系物质波光控制, 对照明光强不均的容错性极端重要。在量子控制领域, 该容错性对应于对控制场强度容错。事实上, 对控制场强度的容错操控一定是几何控制, 以下我将首先给出组合脉冲的定义, 并介绍文献<sup>[31]</sup>的几何控制证明方法, 最后讨论组合脉冲容错优化的数学物理基础。

我们考虑一个理想的控制，在 Bloch 球图像中实现绕转轴  $\mathbf{n}$  旋转角度  $\phi$ ，由小节 2.2.1 可将它的演化算符写为

$$U(\mathbf{n}, \phi) = \exp\left(-i\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi}{2}\right) \quad (2.83)$$

其中，转动角度  $\phi = \tilde{\Omega}\tau$  为控制场强度和作用时间的乘积。而控制场强度的系统误差对应于转动角相对理想控制的偏差，我们记为  $\delta\phi = \epsilon\phi$ ；对应非理想的实际操作  $\tilde{U}$ ，我们考虑通过组合脉冲来完成，有

$$\tilde{U}(\mathbf{n}, \phi) = \mathcal{T} \prod_{j=1}^N \tilde{U}(\mathbf{n}_j, \phi_j) = U(\mathbf{n}, \phi(1 + \epsilon)) = U(\mathbf{n}, \phi) + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (2.84)$$

这里， $\mathcal{T}$  表示关于  $j$  的时间排序算符，从右向左递增。如果我们找到了一个子操作的组合  $\tilde{U}(\mathbf{n}_j, \phi_j)$  使得关于  $\epsilon$  的一阶项消失，我们就将该操作称作完全补偿 (fully compensating) 的量子控制<sup>[41]</sup>，它关于控制场强度的误差是鲁棒的。

同时，对于理想操作  $U(\mathbf{n}, \phi)$ ，其一定存在一组正交基  $|\mathbf{n}_{\pm}\rangle$  使得

$$U(\mathbf{n}, \phi) |\mathbf{n}_{\pm}\rangle = e^{i\phi_{\pm}} |\mathbf{n}_{\pm}\rangle \quad (2.85)$$

并且可以证明，这两个基矢在 Bloch 球上对应的 Bloch 矢量沿转轴  $\mathbf{n}$  方向且方向相反。由于这两个基矢分别所对应的态经历  $U(\mathbf{n}, \phi)$  操作之后，相对于初始只是产生了一个额外的相位，故我们又将它们对应的态称作该操作的循环态 (cyclic state)。进一步，我们可以把演化算符用这一组循环态作为基展开为

$$U(\mathbf{n}, \phi) = e^{i\phi_+} |\mathbf{n}_+\rangle\langle\mathbf{n}_+| + e^{i\phi_-} |\mathbf{n}_-\rangle\langle\mathbf{n}_-| \quad (2.86)$$

我们考虑初态  $|\mathbf{n}_0\rangle = |\mathbf{n}_+\rangle$ ，对于一个对控制场强度容错的量子控制，由定义得关于  $\epsilon$  的一阶项不存在，于是将  $\tilde{U}(\mathbf{n}, \phi)$  展开，我们有

$$\begin{aligned} \langle\mathbf{n}_0| \sum_{j=1}^N U_N \cdots U_{j+1} U_j \left(\mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi_j}{2}\right) U_{j-1} \cdots U_1 |\mathbf{n}_0\rangle \\ = e^{i\phi_+} \sum_{j=1}^N \langle\mathbf{n}_{j-1}|\mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi_j}{2}|\mathbf{n}_{j-1}\rangle \equiv 0 \end{aligned} \quad (2.87)$$

其中  $|\mathbf{n}_j\rangle = \mathcal{T} \prod_{l=1}^N U_l |\mathbf{n}_0\rangle$ 。上式的第一行到第二行，我们已经利用了关系  $\langle\mathbf{n}_0| U_N \cdots U_j = e^{i\phi_+} \langle\mathbf{n}_{j-1}|$ ，这是由于

$$\begin{aligned} \langle\mathbf{n}_0| U(\mathbf{n}, \phi) |\mathbf{n}_0\rangle &= \langle\mathbf{n}_0| \left( \mathcal{T} \prod_{l=j}^N U_l \right) \left( \mathcal{T} \prod_{k=1}^{j-1} U_k \right) |\mathbf{n}_0\rangle \\ &= \langle\mathbf{n}_0| U_N \cdots U_j |\mathbf{n}_{j-1}\rangle \end{aligned} \quad (2.88)$$

而同时  $\langle \mathbf{n}_0 | U(\mathbf{n}, \phi) | \mathbf{n}_0 \rangle = e^{i\varphi_+}$ 。综上，我们可以得到：对于一个由组合脉冲实现的完全补偿的控制  $U(\mathbf{n}, \phi) = \mathcal{T} \prod_{j=1}^N U_j(\mathbf{n}_j, \phi_j)$ ，我们有

$$\sum_{j=1}^N \langle \mathbf{n}_{j-1} | \mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi_j}{2} | \mathbf{n}_{j-1} \rangle = 0 \quad (2.89)$$

考虑第  $j$  个操作  $U(\mathbf{n}_j, \phi_j)$ ，由于其相位和振幅均为常数，故对应的哈密顿量为

$$H_j = \hbar \mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi_j}{\tau_j} \quad (2.90)$$

对比上式与动态相位的计算式 (2.69) 我们可以发现

$$\varphi_{D,j} = -\frac{1}{\hbar} \int^{\tau_j} \langle \mathbf{n}_{j-1} | H_j | \mathbf{n}_{j-1} \rangle = -\langle \mathbf{n}_{j-1} | \mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi_j}{2} | \mathbf{n}_{j-1} \rangle \quad (2.91)$$

于是式 (2.89) 的关系变为

$$\sum_j \varphi_{D,j} = 0 \quad (2.92)$$

即在整个演化过程中积累的动态相位为 0。同样地，若初态  $|\mathbf{n}_0\rangle = |\mathbf{n}_+\rangle$ ，也可得到一致的结论。因此，对于一个对完全补偿的量子控制，其演化算符可以展开为

$$U(\mathbf{n}, \phi) = e^{i\varphi_{G+}} |\mathbf{n}_+\rangle \langle \mathbf{n}_+| + e^{i\varphi_{G-}} |\mathbf{n}_-\rangle \langle \mathbf{n}_-| \quad (2.93)$$

仅包含几何相位。

以上我们介绍了文献<sup>[31]</sup>中关于几何控制一定是对控制场强度一阶容错的控制的证明。在实际实验中，往往对于控制场强度一阶容错是不够的。对于常规高斯光照明的原子样品<sup>[13,39]</sup>，物质波感受到的光强变化范围经常大于  $\pm 50\%$ 。可见，仅仅保证控制是几何的是不够的，我们还需要实现对于控制场变化更大范围的容错。为了达成这一目标，我们可以利用最优控制过程来设计组合脉冲以实现目标容错范围内的目标量子控制。

对于组合脉冲来说，其演化算符  $\tilde{U} = \mathcal{T} \prod_{j=1}^N \tilde{U}_j$  对应的任意子脉冲总可以参数化为<sup>[8]</sup>

$$\tilde{U}_j = \begin{pmatrix} q_j e^{i\alpha_j} & p e^{i\beta_j} \\ -p_j e^{-i\beta_j} & q_j e^{-i\alpha_j} \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

其中  $p_j = \sqrt{1 - q_j^2}$ 。数学上，最优控制的目标就是寻找  $\sum_j c_j(q_j, \alpha_j, \beta_j)$  使得其在特定区间变化的  $q_j, \alpha_j, \beta_j$  均满足理想操作  $U$  对应的矩阵元。同时，从这一式子也可以看出，组合脉冲的子脉冲数越多，复合操控矩阵对应的参数越多，数学上也更容易在实现目标函数的更大参数空间内寻找对特定噪声免疫的子空间，从而获得相应的容错性。

具体在求解过程中，原则上可以基于 Pontryagin 最大化原理 (Maximum Principle)，利用变分法求解<sup>[42]</sup>。然而，在实际操作过程中，脉冲的参数和容错区间需要由实验确定，没有一般的形式，且难以求得解析解；另一方面，对于组合脉冲的数值优化算法经历了十几年的发展，已经发展了一些高效的算法<sup>[31,43-44]</sup>。故我们在优化特定组合脉冲量子门操作时主要选择数值优化。

## 2.3 数值方法

### 2.3.1 多分量原子与三维任意光场相互作用的数值模拟

基于章节 2.1.6 所描述的任意光场与原子相互作用的模型，我们发展了一套基于 MATLAB 语言的数值模拟程序包。其中相互作用的哈密顿量如式 (2.48) 编写；而量子坍缩算符  $C_q = \sum_e \sqrt{\Gamma_e} \sum_{g_m} c_{g_m, e_{m+q}} \sigma^{g_m e_{m+q}}$ ，其中  $c_{g_m, e_{m+q}}$  为  $|e_{m+q}\rangle - |g_m\rangle$  的跃迁所对应的 c-g 系数，这里  $q = \pm 1, 0$  对应放出不同偏振光子的坍缩<sup>[14]</sup>。

根据关心的体系和对应的动力学，我们可以选择不同的方程对量子态进行演化。其中，对于内态的模拟，我们可以选择如章节 2.1.2 介绍的主方程或者随机波函数方法；而对于外态的模拟，我们可以选择将原子运动看成经典粒子的半经典模拟<sup>[45]</sup>，也可以使用如本章所介绍的动量晶格或者实空间波函数方法。对于含时微分方程的，我们选择 4 阶 Runge-Kutta 法<sup>[46]</sup>进行逐步演化。为了减少数值模拟的误差，对于每一步的步长  $\delta t$ ，我们一般选择为系统动力学中最大频率对应周期的 1/20。

特别地，在模拟拉曼物质波操控过程中，作为原子多分量物质波的模拟，为了降低计算的复杂度，并且聚焦于物质波相干部分的演化，针对纳秒拉曼脉冲时间短，以及 D1 跃迁自发辐射基态去极化效率高的特点，我们使用了一种修改的随机波函数方法<sup>[13]</sup>，现介绍如下：

对于原子物质波来说，一旦发生自发辐射，那么它在量子跳跃之后的相位近似是完全随机的，丧失了关于初始相位的记忆。而对于物质波的干涉，重要的是波函数相干部分的相位，于是我们并不关心已经发生过自发辐射的那部分原子。基于上述考量，我们在模拟多分量物质波时对随机波函数法进行了简化。首先，对于纳秒脉冲调控来说，我们运用忽略动能算符，空间局域的非厄米有效哈密顿

量

$$\begin{aligned}
 H'(\mathbf{r}, t) = & \hbar \sum_e (\tilde{\omega}_e - i\Gamma_e/2) \sigma^{e_n e_n} + \hbar \sum_g \tilde{\omega}_g \sigma^{g_m g_m} \\
 & + \frac{\hbar}{2} \sum_j \sum_g \sum_e \Omega_j^{e_n g_m}(\mathbf{r}, t) e^{-i\Delta_j^{e_n g_m} t} e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}} \sigma^{e_n g_m} + \text{h.c.}
 \end{aligned} \tag{2.95}$$

对于相向传播的激光脉冲操控，它们的光场近似为周期性结构，因此在一维物质波的模拟过程中只需采样一半波长的长度区间。

由于自发辐射反厄米项的存在，在这一哈密顿量作用下的波函数的模平方将随时间逐渐递减。但是与常规的随机波函数方法不同，我们不令其发生量子跳跃，同时也不再对波函数进行归一化。当章节 2.1.7 所述的波函数分裂算符演化结束之后，有相对于初态  $|\psi^{(i)}(\mathbf{r})\rangle$  的波函数末态  $|\psi^{(f)}(\mathbf{r})\rangle$ 。由  $|\psi^{(f)}(\mathbf{r})\rangle = \sum \psi_{c_m}^{(f)}(\mathbf{r}) |c_m\rangle$ ，我们可以通过不同分量所对应  $\psi_{c_m}^{(f)}(\mathbf{r})$  来计算。相比于初态波函数的模平方损失的比例则是物质波演化过程中的自发辐射总量

$$\varepsilon_{\text{sp}} = 1 - \frac{\int d^3\mathbf{r} |\langle \psi^{(f)}(\mathbf{r}) | \psi^{(f)}(\mathbf{r}) \rangle|^2}{\int d^3\mathbf{r} |\langle \psi^{(i)}(\mathbf{r}) | \psi^{(i)}(\mathbf{r}) \rangle|^2} \tag{2.96}$$

这一数值则会直接计入干涉衬比度的损失。而对于非相干的测量如第 4 章中平均布居数翻转和反冲动量等，我们认为发生自发辐射的原子平均地分配到基态能级中，从而进行相应的计算。这一简化对于自发拉曼散射占主导的 D1 跃迁来说是合理的<sup>[45]</sup>。

### 2.3.2 最优控制的数值方法

运用如式 (2.39) 的哈密顿量，对特定参数，对原子内外态实现目标量子门，我们利用梯度上升脉冲设计 (Gradient Ascent Pulse Engineering, GRAPE) 算法<sup>[43]</sup>，以实验参数范围内的量子门保真度 (见 2.2.4 节) 为目标函数，优化我们的组合脉冲。现在我将算法的流程概括如下，而关于具体的对于二能级容错控制的数值优化最终如何应用到真实原子多分量物质波的控制，我将在第 5 章中介绍。

#### GRAPE 算法

GRAPE 算法首先需要定义一个优化算法的目标函数  $J$  来表征由组合脉冲实现的实际量子门  $\tilde{U}$  相对于目标量子门  $U$  的契合情况。其算法的核心是通过计算组合脉冲中每一个脉冲的控制参数关于目标函数的梯度得到对应参数的优化方向，进而利用参数步进迭代从而最大化目标函数。

具体来说, 对由  $N$  个子脉冲构成的组合脉冲实现目标量子门操作  $U$ , 其对应的实际演化算符可以写成

$$\tilde{U}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{T} \prod_{j=1}^N \tilde{U}_j(\theta_j) \quad (2.97)$$

这里, 对于第  $j$  个子脉冲, 我们用  $\theta_j$  来笼统地表示其演化算符对应的控制参数 (如相位或者转动角), 整个组合脉冲可以参数化为一个序列  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_N)^\top$ 。目标函数  $J(\boldsymbol{\theta}) = J[\tilde{U}(\boldsymbol{\theta})]$  根据目标操控的要求而设计, 一般可以为章节 2.2.4 中的通道保真度或者量子门保真度。对于任一  $\theta_j$ , 我们可以求得  $J$  关于它的导数

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_j} = \frac{\delta J}{\delta \tilde{U}} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \theta_j} = \frac{\delta J}{\delta \tilde{U}} \mathcal{T} \left( \prod_{k=j+1}^N \tilde{U}_k \right) \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial \theta_j} \left( \prod_{k=1}^{j-1} \tilde{U}_k \right) \quad (2.98)$$

为了实现容错控制, 我们还需对容错参数  $\eta$  在其对应的容错区间内采样, 得到  $\partial J(\boldsymbol{\theta}; \eta) / \partial \theta_j$ 。于是, 对于对应参数序列  $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$  的组合脉冲, 我们可以求得其关于目标函数的梯度

$$\mathbf{g} = -\langle \nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) \rangle_{\eta} = \left( \left\langle \frac{\partial J}{\partial \theta_1} \right\rangle_{\eta}, \dots, \left\langle \frac{\partial J}{\partial \theta_N} \right\rangle_{\eta} \right)^\top \quad (2.99)$$

其中  $\langle \dots \rangle_{\theta}$  表示对  $\theta$  求平均。这一梯度表明各个参数所对应的优化方向, 于是我们可以沿着这一方向步进  $\delta$ , 有

$$\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(t)} - \delta \mathbf{g} \quad (2.100)$$

从而增大目标函数。如此迭代, 我们就可以实现目标函数  $J$  的不断增大直到收敛。如果收敛之后的  $J$  能够大于某个目标阈值, 我们就可以说完成了所需的容错控制优化; 而如果  $J$  无法大于某个目标阈值, 则说明目前的参数下无法实现目标区间的容错, 我们可能就需要增大脉冲数  $N$  或者更换某些相关的控制参数。

### Adam 算法

在 GRAPE 算法中获取了当前参数的梯度之后, 还有一个需要考虑的就是优化步进的策略。最简单的方法就是使用预设的步长  $\delta$  沿着此目标函数变化趋势最陡峭的方向步进。但是这种方法极度依赖步长的选取: 如果  $\delta$  过小, 则迭代速度太慢; 如果  $\delta$  过大, 则容易在某个局部极值点附近来回振荡。

一个进阶的方法是利用二阶梯度。由于一般函数在极值点附近总可以用一个抛物线来近似, 故其二阶导数近似为 0。借用二阶梯度和这一对应原理, 我们可以估算出每一步优化所应该采取的步长, 于是可以大大减少迭代的步数并且不再

依赖于某个初始的步长。在最优控制领域，最常见的二阶梯度算法是 Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (BFGS) 算法<sup>[44]</sup>，它通过记忆迭代历史的梯度来估算 Hessian 矩阵。在获得 Hessian 之后，再利用一些相对成熟的分叉 (Bracketing) 算法求得步长从而实现每步迭代的步进。但我们在实际使用中发现，当参数维度  $N$  较高，且容错范围要求较大时，在估算步长时计算复杂度过高。于是，其尽管迭代次数较少，但每一步迭代会耗费大量时间。

在这里，我们介绍一种在实践中发现比较省时且优化效果良好的算法，其可被视作一阶梯度优化的进阶方法：我们同样只需计算一阶梯度，但之后不再固定优化步长，而是采取与优化历史有关的步长步进。这一方法一般被称作自适应矩估计 (adaptive momentum estimation, Adam)，其在神经网络领域已被广泛地运用<sup>[47]</sup>。

具体地，在第  $t$  步计算得到对应的一阶梯度  $\mathbf{g}^{(t)}$  的基础上，我们衰减加权平均梯度和梯度平方：

$$\begin{aligned}\mathbf{m}^{(t)} &= \beta_1 \mathbf{m}^{(t-1)} + (1 - \beta_1) \mathbf{g}^{(t)} \\ \mathbf{v}^{(t)} &= \beta_2 \mathbf{v}^{(t-1)} + (1 - \beta_2) \mathbf{g}^{(t)} \odot \mathbf{g}^{(t)}\end{aligned}\quad (2.101)$$

这里  $\beta_{1,2}$  为各自的衰减率， $\odot$  表示两个矢量对应元素的配对乘法。 $\mathbf{m}^{(t)}, \mathbf{v}^{(t)}$  分别对应梯度的一阶矩 (momentum) 和二阶矩的估计，这也是这一方法名字的由来。由于  $\mathbf{m}^{(t)}$  和  $\mathbf{v}^{(t)}$  的初值均为  $1 \times N$  的全零矢量，在优化初期由于缺少足够的历史信息，它们容易产生偏差。故算法的提出者对矩进行偏置矫正

$$\hat{\mathbf{m}}^{(t)} = \frac{\mathbf{m}^{(t)}}{1 - \beta_1^t}, \quad \hat{\mathbf{v}}^{(t)} = \frac{\mathbf{v}^{(t)}}{1 - \beta_2^t}\quad (2.102)$$

而最终的参数步进为

$$\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(t)} - \frac{\delta}{\sqrt{\hat{\mathbf{v}}^{(t)} + \epsilon}} \hat{\mathbf{m}}^{(t)}\quad (2.103)$$

其中  $\epsilon$  一般设为  $10^{-8}$ ，是为了防止  $\hat{\mathbf{v}}^{(t)} \sim 0$ 。这一算法可简单理解如下：对应目标函数的梯度可以视作一个随机变量。一个随机变量的一阶矩表示梯度的均值，而二阶矩表示其方差。在参数步进中，我们用衰减平均的一阶矩对应估计的方向，同时用二阶矩来控制具体的步长：如果二阶矩较小，表示最近的几步梯度比较一致，故相对的步长可以较大；如果方差较大，则证明步进方向一直在改变，故需要相对地减少步长以探索更“狭窄”的区间。这一过程可以理解为在山坡上落下的球，由于坡度而不断加速。而加入衰减率则是为了减少过于遥远的历史的影响，可以理解为球在下落中同时受到一个摩擦力。

利用 Adam 算法，我们可以对一个目标控制所需的组合脉冲的参数进行高效快速的优化。特别地，如果当迭代收敛之后，目标控制的性能仍然没有达到预期，那我们可以继续回到二阶梯度法并通过步长估算来继续提高性能。



## 参考文献

- [1] METCALF H J, VAN DER STRATEN P. Laser cooling and trapping of neutral atoms[M]. Wiley Online Library, 2007.
- [2] COHEN-TANNOUDJI C. Atomic motion in laser light[J]. *Fundamental systems in quantum optics*, 1990, LIII(53): 1-164.
- [3] STOREY P, COHEN-TANNOUDJI C. The Feynman path integral approach to atomic interferometry. A tutorial[J/OL]. *Journal de Physique II*, 1994, 4 (11): 1999-2027. DOI: 10.1051/jp2:1994103.
- [4] PETERS A, CHUNG K Y, YOUNG B, et al. Precision atom interferometry [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1997, 355(1733): 2223-2233.
- [5] AUE W P, BARTHOLDI E, ERNST R R. Two-dimensional spectroscopy. Application to nuclear magnetic resonance[J/OL]. *The Journal of Chemical Physics*, 1976, 64(5): 2229-2246. DOI: 10.1063/1.432450.
- [6] VANDERSYPEN L M K, CHUANG I L. NMR techniques for quantum control and computation[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2004, 76(4): 1037-1069. DOI: 10.1103/revmodphys.76.1037.
- [7] MIZRAHI J, NEYENHUIS B, JOHNSON K G, et al. Quantum control of qubits and atomic motion using ultrafast laser pulses[J/OL]. *Applied Physics B*, 2014, 114(1-2): 45-61. DOI: 10.1007/s00340-013-5717-6.
- [8] GENOV G T, SCHRAFT D, HALFMANN T, et al. Correction of Arbitrary Errors in Population Inversion of Quantum Systems by Universal Composite Pulses[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(4): 043001. DOI: 10.1103/physrevlett.113.043001.
- [9] RONG X, GENG J, SHI F, et al. Experimental fault-tolerant universal quantum gates with solid-state spins under ambient conditions[J/OL]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 8748. DOI: 10.1038/ncomms9748.

- [10] SAYWELL J C, KUPROV I, GOODWIN D, et al. Optimal control of mirror pulses for cold-atom interferometry[J/OL]. *Physical Review A*, 2018, 98(2): 023625. DOI: 10.1103/physreva.98.023625.
- [11] GUÉRY-ODELIN D, RUSCHHAUPT A, KIELY A, et al. Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2019, 91(4): 045001. DOI: 10.1103/revmodphys.91.045001.
- [12] DU Y, LIANG Z, YAN H, et al. Geometric Quantum Computation with Shortcuts to Adiabaticity[J/OL]. *Advanced Quantum Technologies*, 2019, 2(9): 1900013. DOI: 10.1002/qute.201900013.
- [13] QIU L, JI L, HE Y, et al. Delay-line based adiabatic spin-dependent kicks on a hyperfine manifold[A]. 2022. arXiv:2202.09709.
- [14] STECK D A. *Quantum and atom optics*[Z]. 2016.
- [15] COHEN-TANNOUDJI C. Manipulating Atoms with Photons[J/OL]. *Physica Scripta*, 1998, T76(1): 33. DOI: 10.1238/Physica.Topical.076a00033.
- [16] DALIBARD J, CASTIN Y, MØLMER K. Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics[J/OL]. *Physical Review Letters*, 1992, 68(5): 580-583. DOI: 10.1103/physrevlett.68.580.
- [17] GISIN N, PERCIVAL I C. Wave-function approach to dissipative processes: are there quantum jumps?[J/OL]. *Physics Letters A*, 1992, 167(4): 315-318. DOI: 10.1016/0375-9601(92)90264-m.
- [18] CARMICHAEL H J. Quantum trajectory theory for cascaded open systems [J/OL]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(15): 2273-2276. DOI: 10.1103/physrevlett.70.2273.
- [19] GRIFFITHS D. *Introduction to quantum mechanics*[M]. Cambridge University Press, 2016.
- [20] DALIBARD J, COHEN-TANNOUDJI C. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models[J/OL]. *Journal of the Optical Society of America B*, 1989, 6(11): 2023. DOI: 10.1364/JOSAB.6.002023.

- [21] RAAB E L, PRENTISS M, CABLE A, et al. Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure[J/OL]. *Physical Review Letters*, 1987, 59(23): 2631-2634. DOI: 10.1103/physrevlett.59.2631.
- [22] KASEVICH M, CHU S. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics B*, 1992, 54(5): 321-332. DOI: 10.1007/bf00325375.
- [23] HE Y, JI L, WANG Y, et al. Atomic spin-wave control and spin-dependent kicks with shaped subnanosecond pulses[J/OL]. *Physical Review Research*, 2020, 2(4): 043418. DOI: 10.1103/physrevresearch.2.043418.
- [24] FOOT C J. *Atomic physics*[M]. Oxford University Press, 2005.
- [25] CIDRIM A, ORIOLI A P, SANNER C, et al. Dipole-Dipole Frequency Shifts in Multilevel Atoms[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(1): 013401. DOI: 10.1103/physrevlett.127.013401.
- [26] BLANES S, MOAN P. Splitting methods for the time-dependent Schrödinger equation[J/OL]. *Physics Letters A*, 2000, 265(1-2): 35-42. DOI: 10.1016/S0375-9601(99)00866-X.
- [27] BORN M, WOLF E. *Principles of optics: 60th anniversary edition*[M]. Cambridge University Press, 2020.
- [28] NIELSEN M A, CHUANG I. *Quantum computation and quantum information*[M]. Cambridge University Press, 2000.
- [29] BERRY M V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes[J/OL]. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 1984, 392(1802): 45-57. DOI: 10.1098/rspa.1984.0023.
- [30] AHARONOV Y, ANANDAN J. Phase change during a cyclic quantum evolution[J/OL]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(16): 1593-1596. DOI: 10.1103/physrevlett.58.1593.
- [31] ICHIKAWA T, BANDO M, KONDO Y, et al. Geometric aspects of composite pulses[J/OL]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2012, 370(1976): 4671-4689. DOI: 10.1098/rsta.2011.0358.

- [32] PETERS A, CHUNG K Y, CHU S. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms[J/OL]. *Nature*, 1999, 400(6747): 849-852. DOI: 10.1038/23655.
- [33] MCGUIRK J M, SNADDEN M J, KASEVICH M A. Large Area Light-Pulse Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(21): 4498-4501. DOI: 10.1103/physrevlett.85.4498.
- [34] ASENBAUM P, OVERSTREET C, KIM M, et al. Atom-Interferometric Test of the Equivalence Principle at the 10–12 Level[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(19): 191101. DOI: 10.1103/physrevlett.125.191101.
- [35] MAGESAN E, GAMBETTA J M, EMERSON J. Characterizing quantum gates via randomized benchmarking[J/OL]. *Physical Review A*, 2012, 85(4): 042311. DOI: 10.1103/physreva.85.042311.
- [36] NIELSEN M A. A simple formula for the average gate fidelity of a quantum dynamical operation[J/OL]. *Physics Letters A*, 2002, 303(4): 249-252. DOI: 10.1016/s0375-9601(02)01272-0.
- [37] BOWDREY M D, OI D K, SHORT A, et al. Fidelity of single qubit maps [J/OL]. *Physics Letters A*, 2002, 294(5-6): 258-260. DOI: 10.1016/s0375-9601(02)00069-5.
- [38] KOTRU K, BUTTS D L, KINAST J M, et al. Large-Area Atom Interferometry with Frequency-Swept Raman Adiabatic Passage[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(10): 103001. DOI: 10.1103/physrevlett.115.103001.
- [39] JAFFE M, XU V, HASLINGER P, et al. Efficient Adiabatic Spin-Dependent Kicks in an Atom Interferometer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(4): 040402. DOI: 10.1103/physrevlett.121.040402.
- [40] ZHU S L, WANG Z D. Implementation of universal quantum gates based on nonadiabatic geometric phases[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(9): 097902. DOI: 10.1103/physrevlett.89.097902.
- [41] KONDO Y, BANDO M. Geometric Quantum Gates, Composite Pulses, and Trotter–Suzuki Formulas[J/OL]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 2011, 80(5): 054002. DOI: 10.1143/jpsj.80.054002.

- [42] LEVI M. Classical mechanics with calculus of variations and optimal control [M]. The Student Mathematical Library, 2014.
- [43] KHANEJA N, REISS T, KEHLET C, et al. Optimal control of coupled spin dynamics: design of NMR pulse sequences by gradient ascent algorithms [J/OL]. Journal of Magnetic Resonance, 2005, 172(2): 296-305. DOI: 10.1016/j.jmr.2004.11.004.
- [44] FLOETHER F F, FOUQUIERES P D, SCHIRMER S G. Robust quantum gates for open systems via optimal control: Markovian versus non-Markovian dynamics[J/OL]. New Journal of Physics, 2012, 14(7): 073023. DOI: 10.1088/1367-2630/14/7/073023.
- [45] SIEVERS F, KRETZSCHMAR N, FERNANDES D R, et al. Simultaneous sub-Doppler laser cooling of fermionic Li6 and K40 on the D1 line: Theory and experiment[J/OL]. Physical Review A, 2015, 91(2): 023426. DOI: 10.1103/physreva.91.023426.
- [46] COCKBURN B. High-order methods for computational physics[M]. Springer, 1999.
- [47] KINGMA D P, BA J. Adam: A Method for Stochastic Optimization[A]. 2014. arXiv:1412.6980.



# 第 3 章 基于光学延迟纳秒脉冲的冷原子拉曼操控实验平台

拉曼物质波操控技术在原子干涉类、超冷原子光晶格量子模拟类及离子阱量子信息类实验平台上已经被广泛应用。然而此前我们已经论述，本论文工作的拉曼物质波操控技术在时间尺度上和对操控波形自由度上的要求均超越常规区间，进而对实验装置提出了新的要求，推动了本论文工作实验平台的建设。

本章将描述我们实现纳秒拉曼物质波相干操控控制的实验装置以及实验流程。我会首先在 3.1 节给出实验总览，并在 3.2 节和 3.3 节分别给出本实验的两个关键技术：基于百纳秒延时回射的双向拉曼物质波操控光路，基于大功率脉冲光纤边带调制的任意波形脉冲光发生系统。在 3.4 节我会介绍物质波操控的客体：冷原子样品的制备流程。在 3.5 节我会详细介绍原子样品运动态和超精细结构内态布居探测技术。最后，在 3.6 节，我会介绍本系统实现高速拉曼原子干涉的前景，当前装置的主要技术困难，及解决方案。

## 3.1 实验总览

我们的实验过程可分为制备、控制和探测。这些步骤都发生在如图 3.1 所示的主实验平台上。由于对于冷原子系统来说，每次测量都是破坏性的 (destructive)，对于原子的照明探测能够给到我们原子样品的图同时也抹去了原子内部的相干性。故一个完整的测量包含了一系列的实验循环，其中包括变化某个或某几个参数以探索参数的依赖关系，也包括同一组参数的重复循环以积累该参数下的统计性。每次循环经历  $\sim 2\text{s}$ 。

对于每次循环，如图 3.1 所示，我们首先在一个长条形的玻璃腔内利用一个初级磁光阱 (Source MOT) 抓取大量的  $^{85}\text{Rb}$  或  $^{87}\text{Rb}$  原子。在抓取完毕之后，原子会被传送到一个超高真空 (ultra-high-vacuum, UHA) 的八面体腔内。在这一腔体内，原子会被次级磁光阱 (2nd MOT) 重新抓取，然后利用灰色光学黏胶 (和次级磁光阱共享同一个光路) 进行进一步冷却。然后，我们利用一对大功率

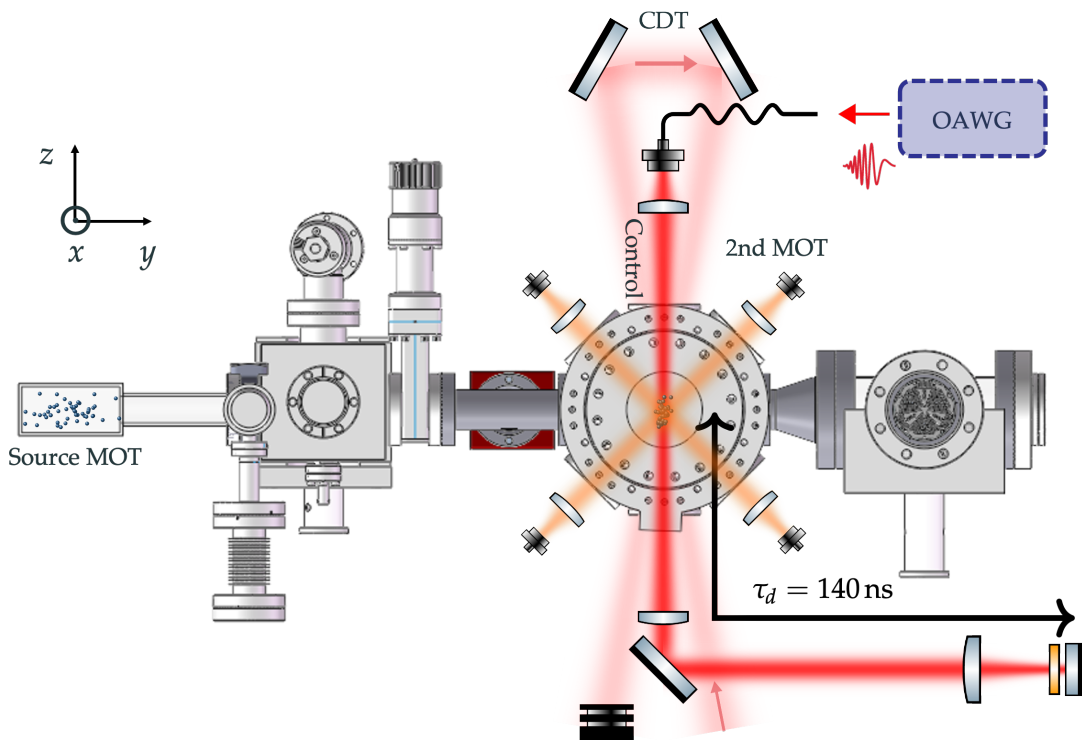


图 3.1: 实验装置总览。

远失谐的光束形成一个交叉偶极阱 (crossed dipole trap, CDT) 囚禁冷却后的原子, 并通过改变偶极阱的阱深来改变原子样品的大小。在样品制备完成后, 我们对原子施加光学任意波形发生器 (OAWG) 产生纳秒级的光学控制脉冲序列, 借由一个延迟时间  $\tau_d \sim 140 \text{ ns}$  的光学延迟系统来实现与后续入射光在原子样品处的匹配, 从而借由共振拉曼跃迁来实现对原子的内外态控制, 一般总控制时间小于  $5 \mu\text{s}$ 。在控制结束以后, 我们利用  $x$  方向的探测光和对应的成像系统对原子进行吸收成像, 进而分析原子的内外态性质。关于脉冲的生成以及原子样品的制备和探测的细节, 我们将在下面几个章节中详细介绍。

### 3.2 百纳秒延时回射拉曼光路

相向传播的拉曼脉冲可以由如图 3.2 (a) 所示的回射 (retro-reflection) 光路产生。不同于双激光锁相, 单激光分束移频分路入射<sup>[1]</sup>等方案, 基于光路回射的拉曼物质波操控光路结构相对简单, 有利于实现光路的相位稳定。而在精巧设计的原子干涉方案中, 原子干涉条纹直接反应回射镜和自由下落原子间的长时间相对运动, 用于精密惯性测量<sup>[2]</sup>。回射光路的另一个重要应用是方便实现拉曼波





本文工作借鉴和继承拉曼原子干涉中的回射光路技术。然而如图 2.4 (a) 所示, 拉曼回射光路的一个重要局限来自  $\pm\mathbf{k}_R$  反向拉曼动量传递过程的简并性。具体来说, 对于单向入射的驱动  $a-e$ ,  $b-e$  的光脉冲来说, 回射光路的存在导致  $a-e-b$  拉曼过程可以同时由入射方向吸收-反向受激辐射 ( $\mathbf{k}_R$ ) 及反向吸收-入射方向受激辐射 ( $-\mathbf{k}_R$ ) 形成。类似双向衍射存在于  $b-e-a$  拉曼过程。实现单向  $\mathbf{k}_R$  拉曼操控的传统方案是借助原子自由下落的 Doppler 效应。具体来说, 对于平均速度为  $v$  的原子样品, 调节双光子拉曼失谐量 (见 (2.39) 式), 使得  $\delta_R + \mathbf{k}_R v \approx 0$  形成拉曼共振, 而反向拉曼过程由于  $2\mathbf{k}_R v$  的失谐被抑制。很明显, 该方案无法运用于纳秒级操控速度的本实验方案中。此外, 如果放弃打破  $\pm\mathbf{k}_R$  简并, 可形成一大类“双衍射”拉曼调节方案。虽然该类方案有重要应用<sup>[2,5]</sup>, 但该类技术的多分量衍射以牺牲如图 1.1 (b) 的二分量调控简洁性为代价, 也无法运用于基于二分量物质波容错操控的本实验方案中。

注意到纳秒脉冲的空间长度  $L = c\tau$  为米级别, 因此, 本实验平台放弃常对  $\pm\mathbf{k}_R$  拉曼跃迁的常规频域解析, 而直接从时域分离驱动  $a-e, e-b$  跃迁的  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ , 实现拉曼动量转移的方向控制。该方案保持了传统拉曼原子干涉技术中回射光路的相位稳定, 动量传递方向可调的优点, 同时突破了传统频域方向控制方案中的速度限制。

在本文 5.1 节中我们会论证, 对于基态分裂为  $\omega_{hfs,g}$  的原子来说, 拉曼物质波操控方案速度极限在  $\tau_c \sim \alpha 2\pi/\omega_{hfs,g}$  ( $\alpha \sim 10$ ) 的级别, 因此, 对于重碱金属原子来说, 近 1 ns 的拉曼操控仅需要米级回射延时。为探索不同时间尺度, 不同脉冲强度下的拉曼操控技术, 本论文工作的拉曼回射延时光路为  $L = 20\text{ m}$ , 延时为  $\tau_d = 2L/c = 140.37\text{ ns}$ 。

具体光路实现如图 3.2 (a) 所示。光学任意波形产生系统 (见 3.3.1 节) 输出的光学波形从光纤出射之后经过一个设计的透镜组聚焦到制备完成的原子样品 (见 3.4 节) 上, 入射光的聚焦光斑半径  $w \approx 13\text{ }\mu\text{m}$ , 相应单光子拉比频率可以由偶极跃迁的拉比振荡所对应的反冲动量测得, 其峰值  $\Omega_{1,2} \approx 2\pi \times 2\text{ GHz}$ 。脉冲经过原子之后先经由一个 2.5 in 的透镜校准成平行光, 然后再经过一个比例约为 3:1 的 telescope 缩小成一个直径约为 5 mm 的平行光后进入我们设计的光学延迟线。光学延迟线采用由 12 面反射镜组成的折叠结构, 这些反射镜设置在长约 2 m 光学平台的两端。进入该延迟线的脉冲往返 10 次, 对应约 20 m 的延迟长度。在延迟线的结尾, 我们通过一个焦距  $f = 25\text{ cm}$  的透镜聚焦到终端的反射镜上, 通过调节反射镜的俯仰使得脉冲能够原路回射。这里值得注意的是, 在终端前将光路聚焦能够将光路空间的偏移转化为角度的偏移, 如此可以较好地抑制延迟系统内反射镜振动对返回光路稳定性的影响, 同时也更方便光路的调节。

同时，我们在终端之前插入一个  $1/4$  波片 (QWP)，这样可以使得反射光束在两次经过之后偏振旋转  $90^\circ$ ，从而与入射光偏振垂直。利用成像于原子样品处的光路收集到的含时散射荧光信号，我们可以测得回射的反射光相对于入射光，在原子样品处的最终延迟为  $\tau_d = 140.37 \text{ ns}$ 。

为了形成组合的相向传播的  $\mathbf{E}_{1,2}$  脉冲对，我们需要对  $\mathcal{E}_{1,2}(t)$  和  $\mathcal{E}_{2,1}(t - \tau_d)$  进行预编程，确保两个脉冲的相对延迟时间与光学延迟线相匹配，使得一组频率合适的脉冲对  $\nu_{1,2}$  在原子样品处恰好相遇。通过加入额外的独立脉冲形成交替的  $\nu_{1,2}$  脉冲对，则可以实现持续多次的拉曼控制，拉曼控制的次数主要取决于单次实验循环内连续光注入 fEOM 的极限时长（详见章节 3.3.1 中关于 fEOM 光学损伤阈值的讨论）。如图 3.2 (b) 所示，需要指出的是这种方式产生的多次拉曼操作，我们总是会在所有的操作前引入一个额外的“前置脉冲”，在操作后剩余一个“后置脉冲”。然而，如果没有与之频率匹配的另一个脉冲同时驱动共振拉曼跃迁，这两个额外的远失谐脉冲对于原子布居转移和反冲动量等非相干量的测量可以忽略不计，但它们对干涉测量存在影响（详见第 4 章）。基于上述原理，我们就能实现连续且时域上可分辨的拉曼物质波控制。同时，我们可以通过控制脉冲序列的第一个脉冲的载波频率为  $\nu_1$  或者  $\nu_2$ ，很方便地切换拉曼跃迁等效波矢  $\mathbf{k}_R$  的方向，进而切换反冲动量的方向。

对于回射的反射光，我们利用测量远失谐光缀饰下的频移可以得到其相比于入射光，光强减弱，平均反射率  $\mathcal{R} \approx 50\%$ （对应反射系数  $\kappa \approx \sqrt{\mathcal{R}} \approx 0.7$ ）。这一非理想反射主要由两部分构成：其一是由于多重的反射中镜面的吸收，这一部分损失我们由单程通过光学延迟线后的功率损失  $\sim 5\%$  可以估算双次通过之后反射光的损失  $\sim 10\%$ ；其二是由于在长距离传播且经历多次反射之后，波前畸变积累导致偏离入射波前从而使得反射的聚焦光束在原子处的束腰变大，这一部分对造成反射光强度的降低占主导。

### 3.3 光学任意波形发生系统

纳秒时间尺度上的拉曼操控需要近 GHz 带宽的波形产生，而组合脉冲等技术进一步对波形的“任意调控”能力提出新要求。在这方面，运用于传统原子干涉和离子阱技术的声光操控调制带宽受限于 Bragg 衍射相位匹配条件，难以超越 100 MHz。为产生纳秒时间内驱动拉曼跃迁的高度可编程光学波形，我们发展了一套新方法基于电光边带调制的任意波形光脉冲产生技术；同样基于边带调制原理，我们还搭建了一套可以很方面地调节和切换连续光输出频率的系统，用于原子的制备和探测。

我们实验中使用的是相位调制的光纤电光调制器 (fiber-based electro-optic modulator, fEOM), 它内含铌酸锂 ( $\text{LiNbO}_3$ ) 晶体, 有一个很重要的特性, 即施加在晶体上的电场可以改变晶体的介电常数从而改变其光学折射率, 进而改变施加给通过晶体的光场的相位。这一效应又被称为电光效应。相比于声光调制受限于声场相对较低的传播速度, 电光效应基于的电场以光速传播, 相比于电场变化的速度, 其响应时间可以忽略不计, 这也使得借由 fEOM 实现高带宽调制称为可能。

在所使用的 fEOM 的工作区间内, 其晶体折射率的变化正比于我们所施加的电压; 同时, 对于固定的传播距离 (晶体长度一定), 光场通过后的相位正比于折射率。忽略响应时间, 我们有任意时刻光场通过后的相位变化正比于电压, 记作  $\delta\varphi(t) = \chi V(t)$ ,  $\chi$  为常数。现在, 我们假设施加的调制电场电压随时间变化形式为

$$V(t) = -A(t) \sin(\omega_m t + \varphi(t)) \quad (3.1)$$

这里,  $A(t)$  为调制电压的幅度,  $\omega_m$  为调制电压的载波圆频率, 而  $\varphi(t)$  为相对于  $\omega_m$  缓变的额外相位。我们记入射激光光场的电场强度为  $E_{\text{in}}$ , 由于我们考虑的调制电场随时间变化的频率远远小于激光的固有频率, 故我们可以做类似受激拉曼跃迁中的操作将激光固有振荡绝热去除,  $E_{\text{in}}$  可以近似为一个不随时间变化的值。有之前的分析, 我们可得出射光场

$$\begin{aligned} E_{\text{out}}(t) &= E_{\text{in}} e^{i\delta\varphi(t)} \\ &= E_{\text{in}} e^{-i\chi A(t) \sin(\omega_m t + \varphi(t))} \\ &= E_{\text{in}} \sum_{-\infty}^{\infty} J_n(\chi A(t)) e^{-in\omega_m t - in\varphi(t)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

从第二行到第三行, 我们利用了 e 指数函数的 Bessel 函数级数展开,  $J_n(x)$  表示  $n$  阶第一类 Bessel 函数。可以看到, 在经过 fEOM 之后, 光场在频谱上形成了一条条相对分立的边带, 它们彼此的圆频率间距为  $\omega_m$ 。通过选频器件, 我们可以选出我们想要的某条边带, 并通过调节调制电压的幅度  $A(t)$  和缓变相位  $\varphi(t)$  实现对最终输出光场的任意波形调节, 这就是边带调节 (sideband modulation)。

对于不同边带  $n$ , 它们对应的峰值随着  $n$  的增大而递减; 同时, 第  $n$  条边带与入射光场的圆频率差为  $n\omega_m$  意味着  $n$  越大, 边带频率越远离入射光场。后续的小节中我们可以看到, 对于不同情形下输出波形对如功率、频谱、噪音等的不同需要, 我们可以选择不同的边带  $n$  来满足。

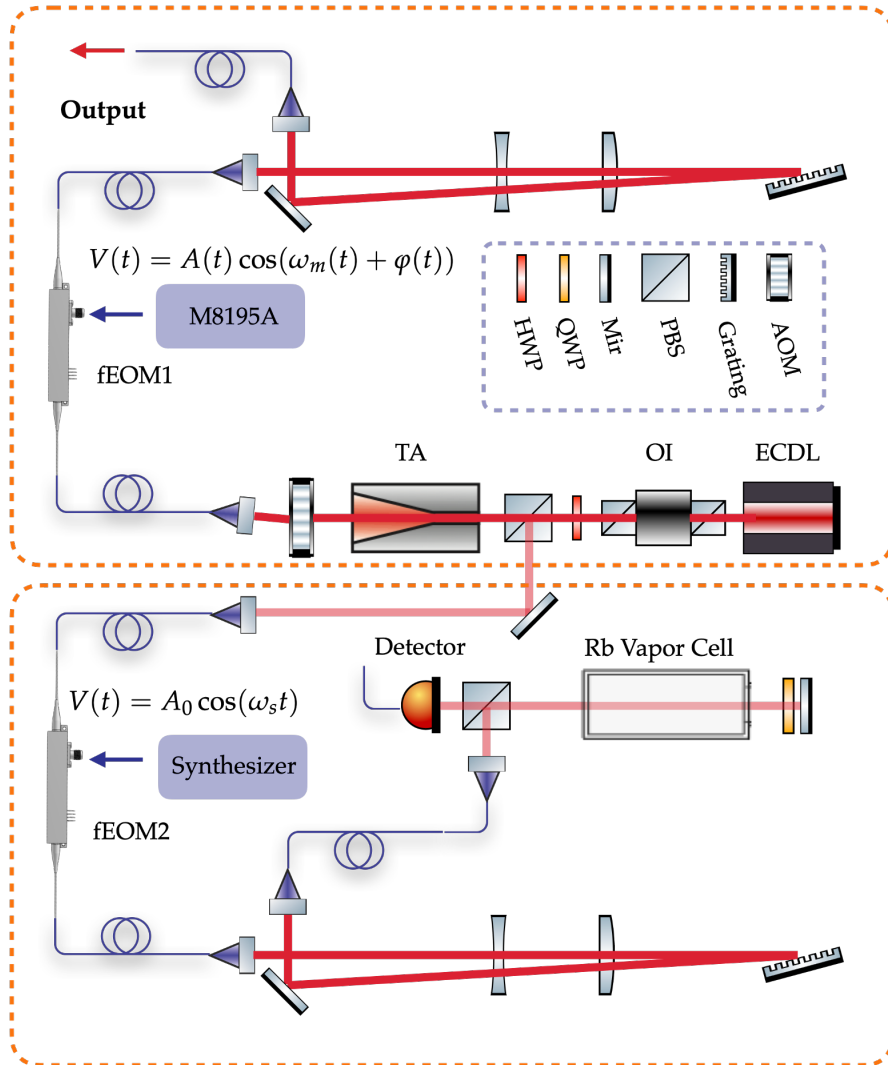


图 3.3: D1 线量子控制脉冲生成光路示意图。其可以被分成两部分：下半部分为边带饱和和吸收光谱光路，用于与原子本征频率进行频率锁定；上半部分包含功率放大、波形调制和光栅选频，为生成脉冲的主光路。

### 3.3.1 GHz 带宽任意波形拉曼脉冲发生系统

我们在 Rb 原子的 D1 线上利用高速任意波形脉冲来实现高保真度的容错控制。产生脉冲的光学任意波形发生器 (OAWG) 的光路如图 3.3 所示。我们使用一款商业外腔式半导体激光器<sup>1</sup>(external cavity diode laser, ECDL) 作为光学任意波形发生器的主激光器，输出波长 795 nm 的激光，功率大约为 30 mW。在经过一个光学隔离器 (optical isolator, OI) 后，通过分束使得很小一部分光进入锁频光路，剩下主要功率的光注入一个商业光学锥形放大器<sup>2</sup>(tapered amplifier, TA)，

<sup>1</sup>UniQuanta ECL801

<sup>2</sup>UniQuanta TCL801

TA 的输出功率大约为 1.8 W。接着我们让其先通过一个载波频率为 340 MHz 的声光调制器 (acousto-optic modulator, AOM) 作为开关, 实验上测得打开的上升沿小于 20 ns; 然后将一级衍射注入一个相位调制的 fEOM<sup>3</sup>, 其调制带宽可以达到 40 GHz。一个带宽范围为 0 – 20 GHz、采样率最高可达 65 GHz 的微波任意波形发生器<sup>4</sup>(MAWG) 在经过微波放大后作用在 fEOM 上作为调制电压。如前文所述, fEOM 的输出会包含有多个圆频率间隔为  $\omega_m$  的边带。实验中我们选择  $\omega_m = 2\pi \times 16$  GHz, 这一频率间隔允许我们利用一个光栅与单模光纤组合的光学滤波系统就能选出我们想要的边带。具体如图中所示, fEOM 输出的光经过一套透镜组扩束后打在一个 2400 线/mm 的大面积光栅上, 我们选取并优化光栅衍射的  $-1$  级。经过衍射后, 不同边带的光由于频率差会造成空间模式的区别, 将出射光耦合进一根单模光纤中, 利用单模光纤的空间选择性即可选出我们想要的边带。对于 <sup>85</sup>Rb D1 线的拉曼控制, 我们选择  $n = -3$ , 并且选取合适的透镜组使得滤波系统的带宽大约为 7 GHz。这里, 滤波函数的轮廓实验中测得基本为 Gauss 型, 我们将带宽定义为半高全宽 (FWHM)。最终这一光学任意波形产生系统的瞬时输出功率大约为 20 mW。

### 脉冲产生系统的功率考量

为了提高功率, 一种直接的方案是对 fEOM 输出的光进行光学放大<sup>[6]</sup>。但将高带宽的任意波形脉冲注入 TA 之后, 我们发现由于 TA 内部的弛豫时间远大于纳秒级, 故脉冲会产生形变和拖曳, 甚至会额外产生一些强度不可忽略的子波。故为了在 GHz 级带宽上实现相对干净、可控的任意波形脉冲, 对于 D1 线量子调控的光脉冲产生系统, 我们选择在注入 fEOM 前进行光放大。但是当 fEOM 长时间注入功率比较强的激光时, 入射光会激发晶体缺陷中的载流子, 进而影响晶体的折射率和通过率, 这一效应被称作光折变效应 (photorefractive effect)<sup>[7]</sup>。这一效应是一种光损伤, 一旦发生, 几乎不可逆转。我们实验中使用的 fEOM, 一般注入的功率不能长时间大于 10 mW<sup>5</sup>。为了避免这一光折变效应的发生, 如前所述, 经过光放大的激光在注入 fEOM 先经过了一个作为开关的 AOM。每次实验循环内, 这一开关与 fEOM 的调制微波同步打开, 将功率为 1.8 W 的激光以小于 5  $\mu$ s 的持续时间近脉冲式地注入 fEOM, 这一方法有效地避免了光折变效应。

<sup>3</sup>EOSPACE Ultra Low  $V_\pi$

<sup>4</sup>Keysight Technologies M8195A

<sup>5</sup>实际实验中, 我们将 fEOM 加热并保持在  $\sim 100$  °C, 可以提高这一阈值到 10 mW。

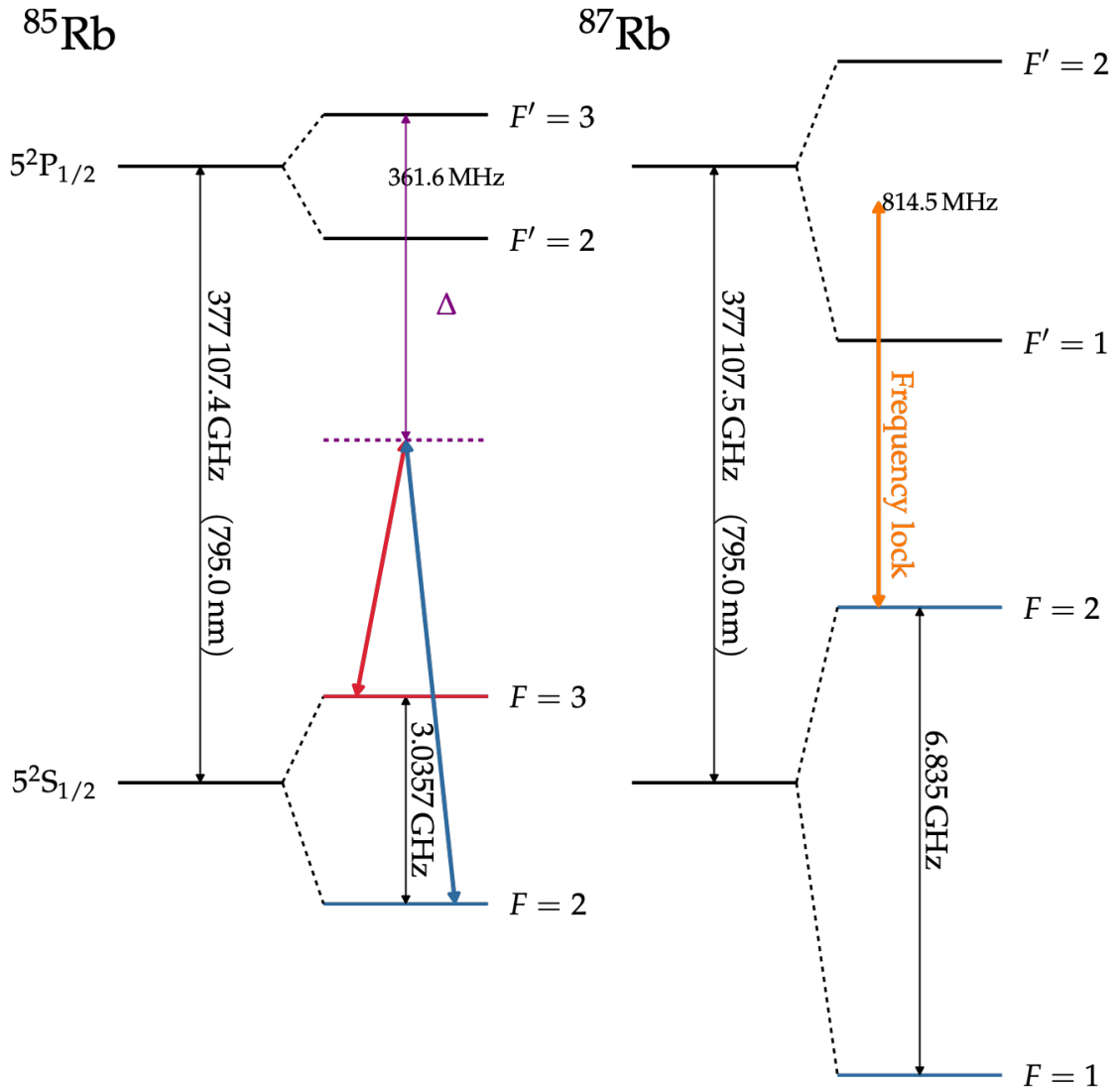


图 3.4:  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$  D1 线能级图。橙线表示激光频率锁定点；红线和蓝线组成单光子失谐量为  $\Delta$  的共振双光子受激拉曼跃迁。数据来源<sup>[8-9]</sup>。

### 边带锁频系统

如上文所述，我们选择了  $n = -3$  的边带，这意味着相比于 ECDL 直接输出的激光，最终产生的脉冲的载波频率有  $-48\text{ GHz}$  的频移。这使得无调制时，系统的输出（0 级）相比于原子的共振跃迁极度远失谐，从而大大抑制了无调制的本底光对原子的作用。而在这一情况下，为了对激光频率远离原子共振的 ECDL 进行频率锁定，我们搭建了一套与脉冲产生系统类似的光路使其产生近似频移后再与原子谱线进行锁定。如图 3.3 的下半图所示，极小部分光被偏振分光棱镜 (PBS) 分束之后经过一个相同的 fEOM 以及后续的光栅/单模光纤选频系统。在锁频系统中并不需要复杂的波形，故调制电压由一个微波合成器 (synthesizer) 提

供, 其载波频率  $\omega_s$  与  $\omega_m$  接近。于是在输出光中  $n = -3$  的边带相当于将远失谐的光重新“频移”了回来, 接下来我们通过一个饱和吸收光谱即可使其与原子谱线进行锁定。

具体地, 如图 3.4 所示, 我们选择激光频率锁定点为  $^{87}\text{Rb}$  D1 线  $F = 2$  到  $F' = 1, 2$  跃迁的交叉峰。为了实现  $^{85}\text{Rb}$  D1 线的远失谐拉曼耦合, 我们需要生成两个圆频率差为其基态超精细劈裂  $\omega_{\text{hfs,g}} = 2\pi \times 3.0357 \text{ GHz}$  的脉冲。这一频率差在我们滤波系统的带宽范围以内, 编程微波产生不同的  $\varphi(t)$  即可。这里需要注意的是, 由于我们选择  $n = -3$ , 故实际输出的光学相位是微波相位的  $-3$  倍  $\tilde{\varphi}(t) = -3\varphi(t)$ , 所以在编程的时候, 相位差应该满足  $\dot{\varphi}(t) = -\omega_{\text{hfs,g}}/3$ 。对于  $^{85}\text{Rb}$  D1  $F = 3, 2 - F' = 3$  的跃迁频率, 相比于锁频点相差大约  $-1.5$  和  $-4.5 \text{ GHz}$ 。为了实现单光子远失谐条件 (如  $\Delta \sim 2\pi \times -10 \text{ GHz}$ ), 我们可以通过调节边带锁频光路的 fEOM 的微波载波频率  $\omega_s$  来实现。具体来说, 我们在将激光锁定在原子信号前调节  $\omega_s$  使之不完全等于主光路 fEOM 的调制载波频率  $\omega_m$ ; 在锁定之后, 输出光相比于跃迁共振频率就获得了额外的单光子失谐量  $\delta\Delta = n(\omega_m - \omega_s)$ 。利用这一方案, 我们在实验中即可非常灵活地在  $\pm 20 \text{ GHz}$  范围内调节单光子失谐量  $\Delta$ 。

### 3.3.2 D2 线冷原子制备与探测波形生成

在冷原子样品制备中, 我们同样也利用了 fEOM 的边带调节。利用边带调节对波形频率调控的灵活性, 我们在实验中利用同一套光路实现了可切换同位素组份 ( $^{85}\text{Rb}$ ,  $^{87}\text{Rb}$ ) 的冷原子样品<sup>[10]</sup>。其产生原理与 D1 线量子控制脉冲的生成系统相似。但相比于前者, 一方面冷原子样品的制备对波形的准确度、噪音等在 GHz 尺度具有一定的容忍度, 同时本底荧光以及 0 级光的影响也会比较小; 另一方面, 制备冷原子样品需要大面积光束, 故其对功率的要求要高的多。出于对这两点的考量, 相比于控制脉冲方案, 制备冷原子样品的光学波形生成光路主要有两点不同: 第一, 我们选择在经过 fEOM 调制和光学滤波后再进行多重光学放大; 第二, 为了提高边带强度, 在光学滤波中我们选择  $-1$  级。

光路如图 3.5 所示: ECDL<sup>6</sup> 的光出射波长  $780 \text{ nm}$  的光, 经过两个 PBS 分束之后先注入带宽为  $20 \text{ GHz}$  的 fEOM<sup>7</sup>, 注入功率大约为  $15 \text{ mW}$ 。fEOM 的调制频率为  $6.8 \text{ GHz}$ , 我们用光栅/单模光纤滤波系统选出  $n = -1$  级的边带, 其出射功率大约为  $1 \text{ mW}$ 。一般地, 正向注入的 TA 种子光需要达到  $20 \text{ mW}$ 。故为了 fEOM 的输出能够被 TA 光学放大, 我们选择将其先反向注入 TA, 在出射

<sup>6</sup>MOGLabs CEL002

<sup>7</sup>EOSPACE Ultra Low  $V_\pi$



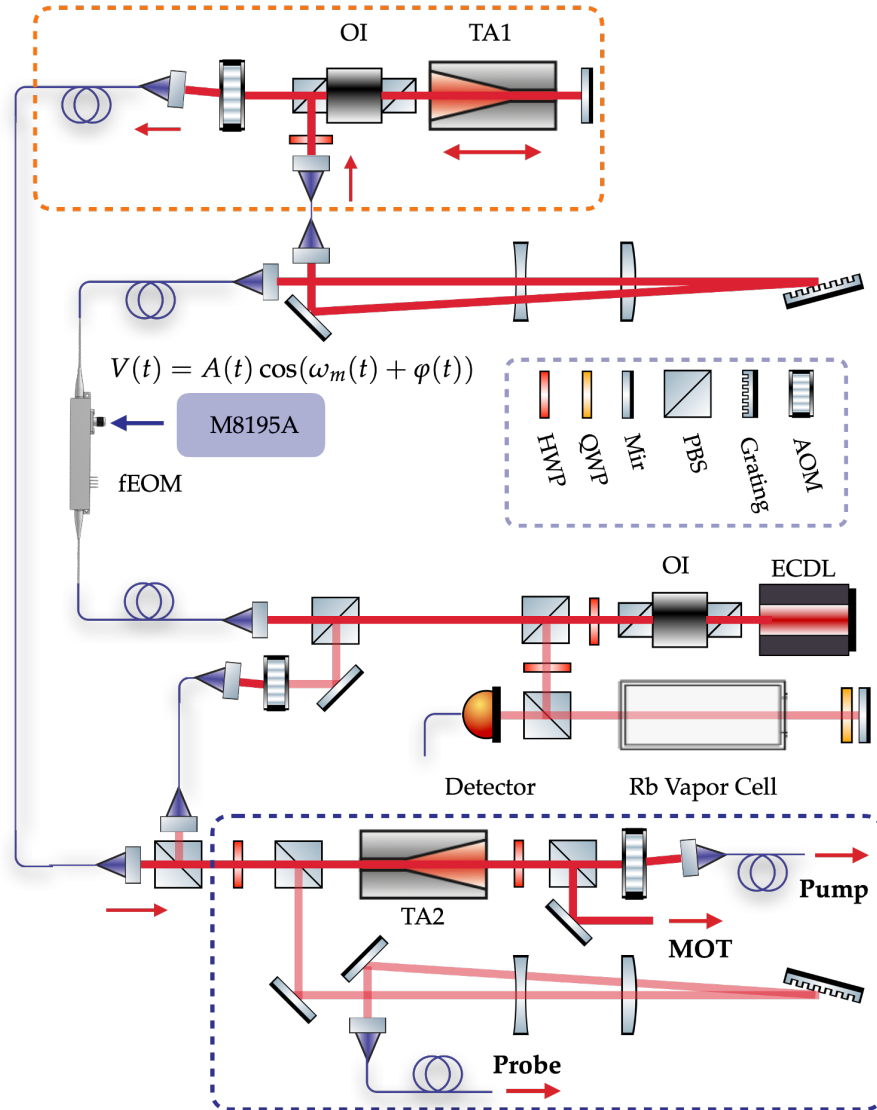


图 3.5: D2 线冷原子制备与探测光学波形生成光路示意图。橙色虚线框内为双向通过 TA 光学放大部分；蓝色虚线框内为最终分束输出部分。

端放置一面镜子使其回射再次通过 TA，最后利用 OI 的 Faraday 效应得到输出光。这一双向通过 TA 的方法能够有效放大微弱的注入光<sup>[11]</sup>，同时还能让 TA 在 fEOM 无调制时仍有光通过，这一构型可以延长 TA 的寿命并且抑制 TA 的自发辐射放大噪声 (amplified spontaneous emission, ASE)<sup>[10]</sup>。经过这一光学放大之后，我们得到其输出的调制光功率可以达到  $\sim 30 \text{ mW}$ 。

为了锁定 ECDL，我们在第一个 PBS 之后选取少量未经 fEOM 调制的光，通过一个常规的饱和吸收光谱与  $^{87}\text{Rb}$  D2 线  $F = 1$  到  $F' = 0$  和  $F' = 1$  的交叉峰上，如图 3.6 所示。由于选取  $n = -1$  边带，其相比于调制光的载波，频率差为  $\omega_m/2\pi = 6.8 \text{ GHz}$ 。为了实现灵活的冷原子组分切换，系统的最终光学输出频率需要能够涵盖  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$  D2 线的基态到  $5^2\text{P}_{3/2}$  激发态跃迁的频率。对

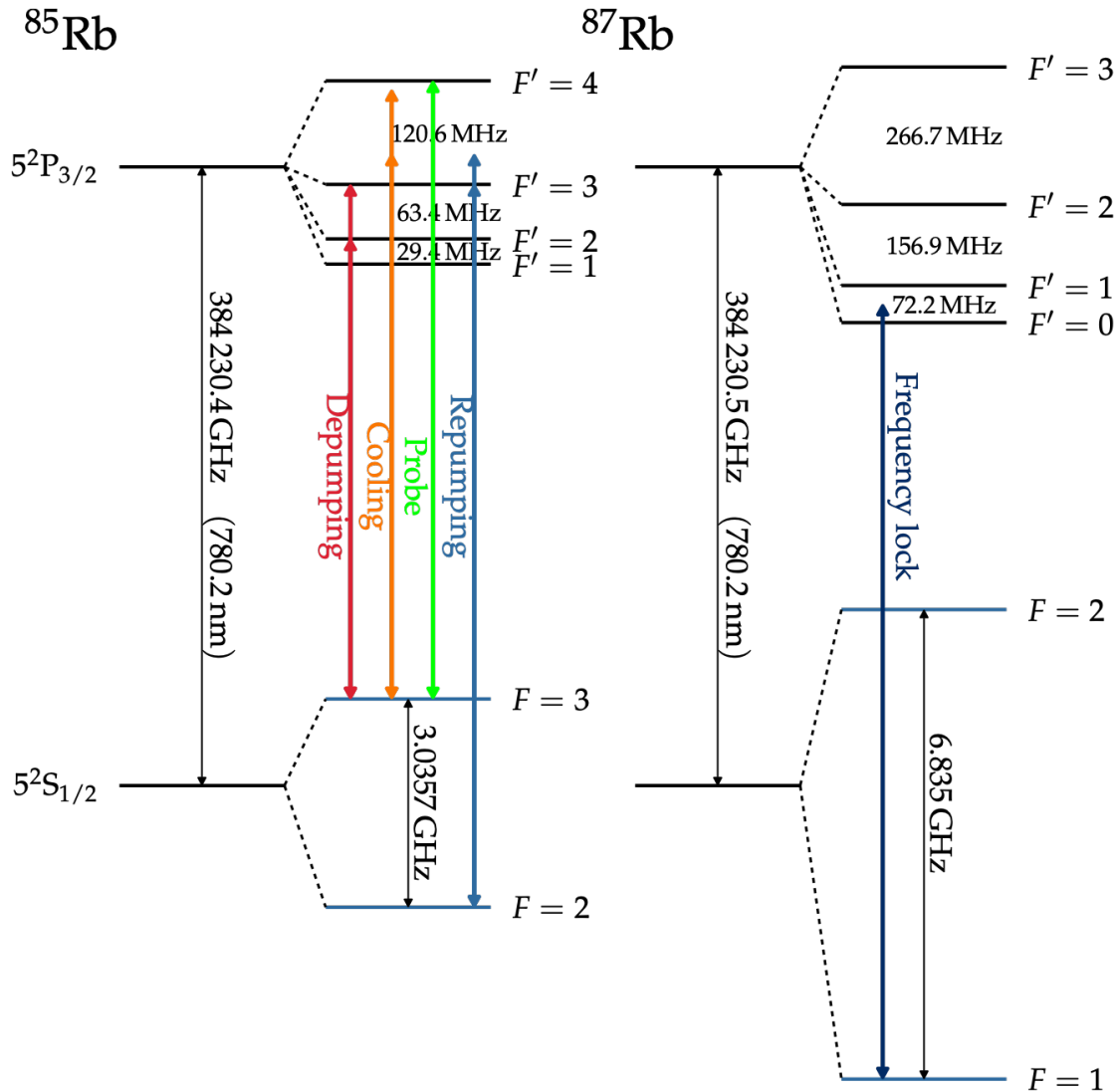


图 3.6:  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$  D2 线能级图。右边蓝线表示激光频率锁定点，左边各色箭头线依次表示冷原子制备与探测中抽运光 (depumping)、冷却光 (cooling)、探测光 (probe)、反抽运光 (repumping) 所驱动的跃迁。数据来源<sup>[8-9]</sup>。

于  $^{85}\text{Rb}$  的所有所需跃迁和  $^{87}\text{Rb}$   $F = 2 - F'$  跃迁，与 D1 系统类似，我们可以通过编程缓变相位  $\varphi(t)$  实现；对于  $^{87}\text{Rb}$  的反抽运光  $F = 1 - F' = 2$ ，其频率接近未调制光的频率，且一般反抽运光并不需要很大的频率调节范围，故我们在第二个 PBS 分束后通过 AOM 产生声子频移即可实现。对于调制光部分，我们利用  $1/2$  波片/PBS 分出一小部分作为原子的探测光，剩余的部分则与  $^{87}\text{Rb}$  的反抽运光混合，然后一起正向注入第二个 TA 中。经过第二个 TA 的光学放大之后，输出光的功率约为  $1.5\text{ W}$ ，且同时含有调制和未调制的光分量，能够涵盖 D2 线基态到激发态的各种所需跃迁，我们将其作为后续 MOT 光路 (MOT) 和光抽

运光路 (Pump) 的种子光。而作为探测光, 为了准确地测定特定跃迁下原子的吸收并排出其他跃迁的干扰, 它对频谱干净程度的要求比制备样品更高, 故我们将 PBS 分出的光再经过一个带宽更窄的光栅/单模光纤选频系统选出关心跃迁对应的探测频率后, 再作为探测光 (Probe) 照射到原子样品上。

## 3.4 冷原子样品的制备

在本节中, 我们在上一节中光路的基础上详细介绍我们冷原子样品的制备流程。由于工作的主要实验结果是基于  $^{85}\text{Rb}$ , 故这里以  $^{85}\text{Rb}$  为例进行说明。

### 3.4.1 初级磁光阱与次级磁光阱

如图 3.1所示, 我们采用了二级真空系统, 整个冷原子的制备过程经历了两个磁光阱。左边的大玻璃室, 我们用来设置初级磁光阱, 它的真空相对较差, 大约为  $10^{-8}\text{torr}$ , 有利于快速抓取更多的原子。对于初级磁光阱我们采用 2D+ 结构<sup>[10]</sup>, 沿  $y$  方向几乎是均匀的, 使得能够更有效地从背景中捕获 Rb 原子。

大玻璃室通过两个差分管与超高真空的主实验腔, 其气压能够保持在  $4 \times 10^{-11}\text{torr}$  以下, 有利于原子获得更长的相干时间。主实验腔是一个八面体腔 (octagon), 有八个侧窗和两个沿  $x$  方向的大窗。两个大窗的内侧安装了内存式法兰, 用来嵌入透镜组。当初级磁光阱捕获的冷原子由于气压差被压入主实验腔时, 我们利用六束激光和一对反 Helmholtz 线圈组成一个经典的三维 MOT 重新捕获原子。如图 3.7所示, 六束激光分别由四个  $45^\circ$  的侧窗和两个主窗借由分束镜 (BS) 打入, 内含冷却边带和反抽运边带, 分别驱动 D2 线  $F = 3 - F' = 4$  和  $F = 2 - F' = 3$ : 其中冷却光的失谐量  $\Delta = -2\pi \times -11\text{MHz}$ 。MOT 的磁场轴沿  $x$  轴, 由一小一大两个电流方向相反的线圈产生所需的磁场梯度, 其中小线圈置于内存式法兰中, 贴近原子, 以便在需要的时候提供很大的磁场, 其常规工作电流在 18 A 左右, 由两个两级运算电源<sup>8</sup>串联进行供电; 大线圈位于另一边的腔体外侧, 工作电流约为 4 A, 由一个可编程 DC 电源<sup>9</sup>供电。这一对线圈在原子样品处提供的磁场梯度  $\partial_x B \sim 16\text{Gs/cm}$ 。在每次实验迭代中, 次级 MOT 捕获原子的时间  $\sim 1\text{s}$ , 原子数在  $5 \times 10^6$  级别。

<sup>8</sup>Kepeco BOP-20-20ML

<sup>9</sup>Rigol DP821

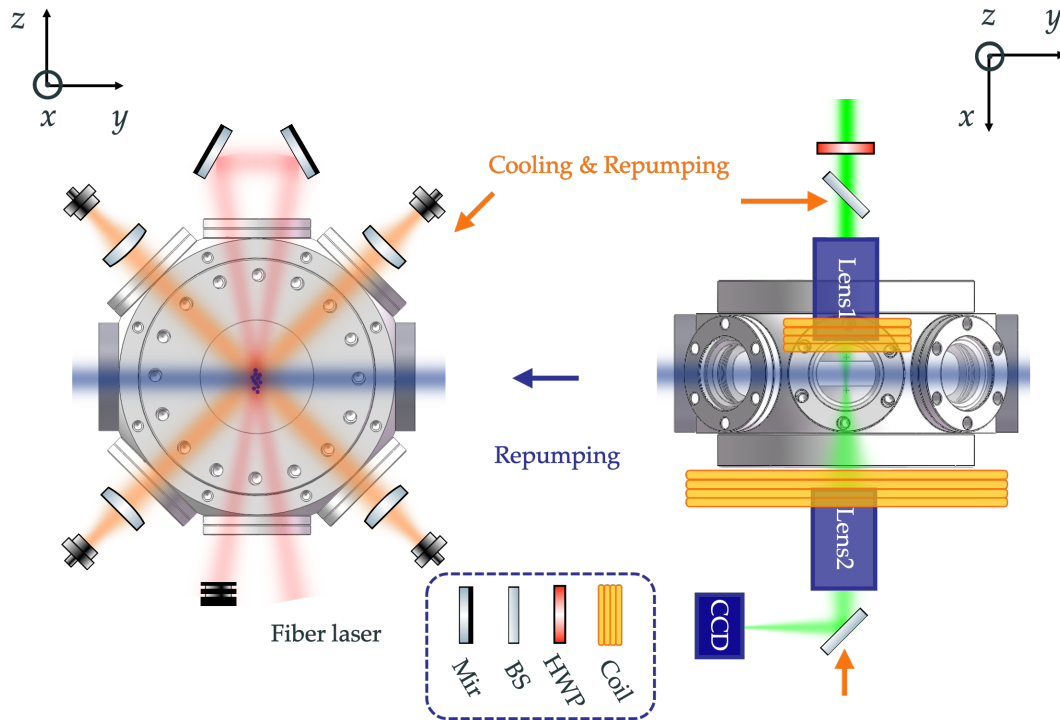


图 3.7: 主实验腔示意图。其中左图为沿  $-x$  方向的主视图, 右图为沿  $-z$  方向的俯视图。其中, 橙色表示次级磁光阱光路; 浅红色表示交叉偶极阱 (CDT) 的光路; 蓝色箭头表示光抽运的光路, 沿  $-y$  方向传播, 用来进行态制备; 绿色表示探测和成像光路。

### 3.4.2 亚 Doppler 冷却与交叉偶极阱装载

在经历了次级 MOT 的捕获和初步冷却后, 我们首先将冷却光的失谐量增加到  $-20$  MHz 促进偏振梯度冷却, 并减少高密度原子样品内部的多重散射。在持续  $2$  ms 后, 我们切换为灰色光学黏胶<sup>[12]</sup>, 将冷却光和反抽运光的频率分别设置为关于  $F = 3 - F' = 3$  和  $F = 2 - F' = 3$  跃迁的  $30$  MHz, 对原子样品在尽量减少原子数损失情况下进行进一步冷却。灰色光学黏胶同样也是六束激光, 与次级 MOT 共享相同的一个光路。

当光学黏胶对原子冷却完成后, 我们利用两束波长为  $1064$  nm 的远失谐光组成一个交叉偶极阱 (crossed dipole trap, CDT) 对原子进行装载。其具体实现如图 3.7 浅红色光路所示, 功率约为  $40$  W 的光从一台光纤激光器<sup>10</sup>中出射后射入主实验腔, 其出射的光经历两面镜子后又反射回腔内, 与入射的光束交叉形成 CDT。<sup>85</sup>Rb 原子在常态下原子-原子之间存在非弹性碰撞, 故无法利用偶极阱进

<sup>10</sup>IPG YLR-100-1064-LP

行进一步的蒸发冷却 (evaporative cooling)。而我们在此仍利用偶极阱装载的目的主要还是一方面提高原子密度，另一方面则可以减小原子样品的分布。由于我们量子控制的光束沿  $-z$  方向传播，同时腰宽很窄 (Gauss 腰宽  $w \sim 13 \mu\text{m}$ )，故我们设计 CDT 的两束光以很小的角度交叉，就能大大减小原子样品在  $x-y$  平面的分布。同时，在经历约  $2 \text{ms}$  的全功率装载后，我们逐渐降低激光的强度以降低偶极阱的深度，使得原子逐渐从阱中逃逸进而等效地减小样品的尺寸，这一过程一般经历  $\sim 200 \text{ms}$ 。而当蒸发过程结束后，我们在  $5 \text{ms}$  的时间内极快地将激光打到全功率，这一“瞬间”的压缩以牺牲原子的温度为代价，进一步减小了进行量子控制时的样品尺寸，同时也提高了原子探测时的原子密度，进而增加了样品的光学深度 (optical depth, OD)，提高测量的信噪比。在压缩结束前的最后  $30 \mu\text{s}$  内，我们利用探测光路，根据实验所需打入含有对应不同跃迁频率的边带的光进行光抽运：若要终态原子均处于  $F = 3$ ，则执行抽运过程，编入  $F = 3 - F' = 3$  和  $F = 3 - F' = 2$  的边带；若要终态原子均处于  $F = 2$ ，则执行反抽运过程，编入  $F = 2 - F' = 3$ 。值得注意的是，此处我们的抽运过程是在偶极阱中进行的，故需要在编写边带频率时计入偶极阱对原子能级造成的频移  $\delta\omega \sim 2\pi \times -17 \text{MHz}$ 。

最终，在经历上述的初级 MOT  $\rightarrow$  次级 MOT  $\rightarrow$  灰色光学黏胶  $\rightarrow$  偶极阱装载、蒸发和压缩  $\rightarrow$  光抽运这一流程之后，我们得到了一个在  $x-y$  平面特征半径  $^{11}\sigma \sim 7 \mu\text{m}$  的长条形样品。该原子样品大约含有  $10^5$  个  $^{85}\text{Rb}$  原子；其在  $x-y$  平面的温度  $T \sim 200 \mu\text{K}$ ，对应速度  $v \sim 20v_{\text{rec}}$ ，其中  $v_{\text{rec}} = 5.91 \text{mm/s}$  为  $^{85}\text{Rb}$  D1 线对应的反冲速度。同时，根据实验需求，我们可以控制样品内的原子在制备结束后全部布居于  $F = 3$  或  $F = 2$ 。

### 3.5 原子超精细布居和反冲动量的提取

对于上一小节论述的拉曼控制实验，其过程一般经历  $300 \text{ns} \sim 3 \mu\text{s}$ ，由于时间很短（平均位移小于  $0.02 \mu\text{m}$ ），原子可以被认为是静止的。当控制结束后，我们利用吸收像获取原子样品的空间信息。如图 3.7 的右图所示，探测光沿  $+x$  方向打入，经过一个透镜组 (Lens1) 以 0.3 的数值孔径 (numerical aperture, NA) 聚焦于真空内，随后发散并照射到原子样品上。原子样品相对于焦点的张角足够小，故可以认为照明是均匀的。在经过原子样品之后，探测光与原子的散射光经过第二套透镜组 (Lens2) 最终被电荷耦合元件 (charge-coupled device) 相机 <sup>12</sup>所

<sup>11</sup>原子云密度为峰值大小  $1/e$  处和峰值中心的距离

<sup>12</sup>PCO pixelfly

收集。探测光与原子散射光的干涉可以等效视作探测光在原子平面被遮盖产生了阴影，其阴影我们一般称作光学深度 (OD)，有

$$\tilde{I} = Ie^{-\text{OD}} \quad (3.3)$$

其中  $I$  为探测光入射强度， $\tilde{I}$  为出射强度。对于均匀薄样品（准二维条件）<sup>[13]</sup>，OD 正比于原子密度，故可用来表征原子样品的等效二维空间分布。我们调节第二套透镜，使其对于原子样品所在平面和 CCD 相机平面来说可等效为一套  $\text{NA} \approx 4.5$  的收集系统和一套  $\text{NA} \approx 1.3$  的聚焦系统，于是有原子样品在像平面的放大率为  $M \approx 3.5$ 。通过对 CCD 相机采集到的有样品和没有样品的图  $A$  和  $R$  相比较，再扣除放大率的影响，我们即可得到原子平面的实际二维密度分布。具体实验中，我们关注的是对原子内外态的相干操纵，故需要借用吸收像同时实现原子的内外态的测量。

### 3.5.1 原子内态的归一化测量

我们的拉曼量子控制是在  $^{85}\text{Rb}$  的两个基态  $F = 3$  和  $F = 2$  之间实现的。由于我们的探测光仅对  $F = 3$  的原子敏感，故对每张吸收像中的 OD 求和即可得到  $F = 3$  的原子，再除以总原子数即可得到  $F = 3$  的原子数比例，进而表征拉曼控制的效率。然而在实际实验中， $^{85}\text{Rb}$  原子在近零磁场环境，由于不存在蒸发冷却，故每次实验循环制备的样品中的原子数对 MOT 和光学黏胶的捕获和冷却效率非常敏感，于是表现出循环-循环之间总原子数的涨落非常大。为了求得每次循环中的真实比例，我们需要在单次实验中做原子数归一化的测量。

具体时序如图 3.8，在做完拉曼控制（红色箭头）之后，我们立刻进行第一次探测得到图  $A_1$ ，从它处理完后的吸收像可得本次循环中经历拉曼控制后的处在  $F = 3$  的原子数  $N_1$ 。之后我们让原子飞行，并打开沿着  $-y$  方向的反抽运光大约  $60 \mu\text{s}$ ，将  $F = 2$  的原子全部反抽运到  $F = 3$ 。然后我们第二次打开探测光得到图  $A_2$ ，从它处理完后的吸收像对应的原子数  $N_2$  就是本次循环的总原子数。通过这一归一化的测量，我们即可得到本次拉曼控制后的真实  $\rho_{aa} (a \rightarrow F = 3)$ 。需要注意的是，吸收像的得到需要一张有样品的图和一张没有样品的图，而 CCD 相机所支持的粒子速度测量 (particle imaging velocimetry, PIV) 模式<sup>[14]</sup>仅支持在极短时间内连拍两张图（红框内虚线分割的两块即对应两张图的曝光时间）。故我们需要在相机模式重置后 ( $\sim 6 \text{ms}$ )，用相同的参数重复执行一次之前的探测，得到没有样品的图  $R_1$  和  $R_2$ ，从而可以对  $A_1$  和  $A_2$  进行处理得到 OD。

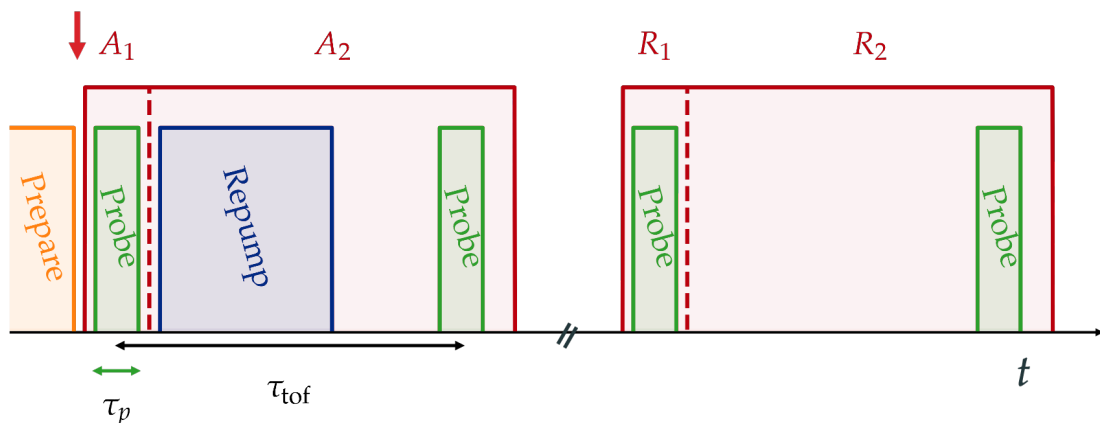


图 3.8: 原子内外态测量时序图。其中红色箭头表示进行拉曼物质波操控时序；红色框表示每次 PIV 模式相机的总曝光时间，虚线表示由 PIV 模式的第一张图切换到第二张图。原子在经历拉曼控制之后，先经历第一次曝光，时长为  $\tau_p$ ；然后自由飞行  $\tau_{\text{tof}}$  之后经历第二次相同时长的曝光，期间对原子施加反抽运光使其完全回到  $F = 3$ ；最后在相机模式重置之后，在没有原子的情况下重复测量作为计算吸收的参考。

### 3.5.2 原子外态的差分测量

对于原子外态速度的测量，可以使用时间飞行法 (time of flight, TOF)，通过计算原子自由飞行之后，样品的整体移动距离  $\delta z$  与飞行时间  $\tau_{\text{tof}}$  之间的比值来得到速度  $v = \delta z / \tau_{\text{tof}}$ 。借由上一小节介绍的两次探测，我们把常规的 TOF 绝对测量变为对两次探测之间飞行距离的差分测量。这一升级至少有两点好处：第一，我们的 CDT 为了获得更窄的样品选取了很小的交叉角度，这样做带来的一个弊端是偶极阱的空间性质受镜子振荡影响相对敏感，对应每次循环原子样品的初始位置涨落比较大，位置的差分测量很好地解决了这一初值涨落的问题。第二，一般为了在弱激发的情况下 (如饱和参数  $s \sim 1$ )，单次探测仍能获得足够的计数以保证信噪比，一般探测的时长需要  $\tau_p \sim 20 \mu\text{s}$ ，其相比于我们一般所使用的自由飞行时间  $\tau_{\text{tof}} \sim 150 \mu\text{s}$  来说不能完全忽略，一般的处理方法是作最低级近似，将  $\tau_p$  的一半计入  $\tau_{\text{tof}}$ 。而使用差分测量，两次探测均存在探测过程中原子运动的问题，只需将两次探测的时长设置成一样，这样两次探测的间隔就是准确的自由飞行时间  $\tau_{\text{tof}}$ 。不过这里值得注意的是，虽然两次探测时都只能看到  $F = 3$  的原子，但它们实际分别对应拉曼控制结束后  $F = 3$  的原子数和总原子数。而经历拉曼控制后的原子，其内外态存在纠缠，故这一差分测量即使我们在拉曼控制后立即探测，由于探测时长不可忽略仍然会有“后选择”的问题，具体

的分析和修正我们会在对应的实验章节中给出。

### 3.6 面向原子干涉实验

本章介绍的纳秒脉冲拉曼物质波操控装置可用于实现  $\sim 10\ \mu\text{m}$  级原子样品的自旋相关物质波相空间操控。在接下来的两章里，我们将介绍运用该实验装置实现纳秒级绝热拉曼动量转移，绝热拉曼 Ramsey 操控，以及一大类新型基于“偏向转动”的物质波量子门操控。该类实验技术探索均工作于拉曼跃迁单光子失谐量的“非常规”区间，而量子门操控保真度由组合脉冲对光强不均匀，多能级内态动力学，以及低速原子运动导致的扰动形成高品质动态抑制实现。

对纳秒级拉曼物质波操控技术的自然延伸是实现更长“询问时间”下实现基于二分量物质波干涉的精密原子干涉测量。我们以图 1.1 (a) 为例，实现原子干涉测量的要素包括 2.2.3 节介绍的二分量物质波的分/合束操作以及重定向操作。这两类操作在纳秒时间尺度上的光强容错实现正是本文第 5 章的研究内容。该研究表明，在一定的光强及反射光强比例变化区间内，我们可以容错地实现这些几何控制。然而受限于当前光学任意波形的峰值功率以及所操作  $^{85}\text{Rb}$  原子的温度，当原子分束之后在自由空间飞行达到百微秒级时，原子样品就完全超出了现有控制光的容错控制范围，无法再施加后续的重定向和合束操作。此外，在光学延迟线的构架下，如 3.2 节所述，所有的脉冲会两次通过原子，因此“前置”或者“后置”脉冲对两个分量所造成额外的动态相移需要考虑额外频率的脉冲给予补偿，但是这一频率的脉冲在我们现在的任意波形产生系统的输出带宽下难以有效实施。由于上述条件限制，本论文工作并没有就长时间原子干涉技术展开研究，而仅局限于纳秒级物质波操控技术本身的发展。

面向下一步，为了实现长询问时间的二分量物质波干涉，一方面我们需要对我们的控制光进行扩束，以达到更大的控制截面。同时，我们需要提高任意波形脉冲输出的峰值功率以保证在面积扩大的情况下仍有足够的拉曼拉比频率，一个可能的方案是将 ECDL 替换为环形激光器<sup>13</sup>以提高 fEOM 的注入功率。另一方面，我们会在现有的装置下尝试切换到对  $^{87}\text{Rb}$  原子的控制。相比于  $^{85}\text{Rb}$ ， $^{87}\text{Rb}$  原子具有较好的散射性质，可以利用蒸发冷却大大降低原子的温度，从而降低原子样品自由飞行的膨胀速度。同时，原子密度也能得到提高，进而提高了成像时的信噪比。

---

<sup>13</sup>Spectra-physics Matisse 2 TX



## 参考文献

- [1] KOTRU K, BUTTS D L, KINAST J M, et al. Large-Area Atom Interferometry with Frequency-Swept Raman Adiabatic Passage[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(10): 103001. DOI: 10.1103/physrevlett.115.103001.
- [2] ZHOU L, LONG S, TANG B, et al. Test of Equivalence Principle at  $10^{-8}$  Level by a Dual-Species Double-Diffraction Raman Atom Interferometer [J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(1): 013004. DOI: 10.1103/physrevlett.115.013004.
- [3] KASEVICH M, CHU S. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics B*, 1992, 54(5): 321-332. DOI: 10.1007/bf00325375.
- [4] PETERS A, CHUNG K Y, YOUNG B, et al. Precision atom interferometry [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1997, 355(1733): 2223-2233.
- [5] LÉVÈQUE T, GAUGUET A, MICHAUD F, et al. Enhancing the Area of a Raman Atom Interferometer Using a Versatile Double-Diffraction Technique [J/OL]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(8): 080405. DOI: 10.1103/physrevlett.103.080405.
- [6] ROGERS C E, GOULD P L. Nanosecond pulse shaping at 780 nm with fiber-based electro-optical modulators and a double-pass tapered amplifier. [J/OL]. *Optics express*, 2016, 24(3): 2596-606. DOI: 10.1364/oe.24.002596.
- [7] ASHKIN A, BOYD G D, DZIEDZIC J M, et al. Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub>[J/OL]. *Applied Physics Letters*, 1966, 9(1): 72-74. DOI: 10.1063/1.1754607.
- [8] STECK D A. Rubidium 85 d line data[Z]. 2021.
- [9] STECK D A. Rubidium 87 d line data[Z]. 2021.
- [10] WANG Y, HE Y, JI L, et al. Intense, wideband optical waveform generation by self-balanced amplification of fiber electro-optical sideband modulation[A]. 2022. arXiv:2203.02915.

- [11] BOLPASI V, KLITZING W V. Double-pass tapered amplifier diode laser with an output power of 1 W for an injection power of only 200 W[J/OL]. Review of Scientific Instruments, 2010, 81(11): 113108. DOI: 10.1063/1.3501966.
- [12] SIEVERS F, KRETZSCHMAR N, FERNANDES D R, et al. Simultaneous sub-Doppler laser cooling of fermionic Li6 and K40 on the D1 line: Theory and experiment[J/OL]. Physical Review A, 2015, 91(2): 023426. DOI: 10.1103/physreva.91.023426.
- [13] WANG Y, ZHAO J, HUANG X, et al. Imaging moving atoms by holographically reconstructing the dragged slow light[A]. 2021. arXiv:2105.14832.
- [14] User manual: pco.camware[EB/OL]. [https://www.pco.de/fileadmin/user\\_upload/pco-manuals/MA\\_PCOCAMWARE\\_V412.pdf](https://www.pco.de/fileadmin/user_upload/pco-manuals/MA_PCOCAMWARE_V412.pdf).

# 第 4 章 基于绝热拉曼技术的纳秒级 二分量物质波几何相位门

在第 2 章我们已经提到，利用绝热过程的啁啾脉冲是一类成熟发展的容错量子调控技术。在光学波段，啁啾脉冲被用于实现电子态布居的超快转移，并用于超快化学，非线性光谱等领域，而各类拉曼绝热快速转移技术也被用于控制分子的转动和振动能级<sup>[1]</sup>。和此类非线性光学操控不同的是，在原子物理领域驱动绝热拉曼转移的光场常由相向传播的光脉冲构成，可用于实现高效的物质波自旋相关瞬时加速 (spin-dependent kick, SDK)<sup>[2]</sup>。例如在 2015 年美国 Draper 实验室的 Stoner 组和 2018 年加州大学 Berkeley 分校的 Müller 组分别在几十到几百微秒的时间内实现了效率  $f \sim 96\%$  的拉曼翻转操控<sup>[3-4]</sup>。相对于常规拉曼物质波操控，此类容错操控前期工作虽然呈现了令人鼓舞的进展，然而 95% 级别的效率仍然难以支持大量 SDK 的应用，表现为相应干涉仪的反衬度较低 (10%)，且尚未有后续工作论证此类绝热操控技术的局限及提高机制；同时，相对缓慢的速度 (微秒以上) 使得实验中仍然存在不可忽略的低频微扰，使得拉曼跃迁的动态相位难以被完美去除<sup>[5]</sup>。事实上，正如本章将要论证，实现高保真度绝热 SDK 需要保证对自发辐射、多能级“自旋泄露”的精密控制以及动态相位的准确消除。而当拉曼光工作于 Chu-Kasevich 方案区间难以获得  $f = 99\%$  级别的 SDK 保真度。

正如第 2 章所述，和组合脉冲技术一样，绝热拉曼动量转移技术是基于二能级动力学。因此，超越二能级的扰动会影响该类技术的通道保真度。在 2.2 节的理论基础上，本章将系统研究该类扰动对绝热拉曼技术的影响，并提出一类可工作在超越 Chu-Kasevich 方案中对单光子失谐量  $\Delta$  的限制从而实现极高速拉曼控制的区间 (对应  $\Delta$  约为数倍的基态超精细分裂，我们称之为中等失谐区间)，并且基于平衡啁啾交替脉冲序列的二分量物质波几何相位门方案，以相对低功率的组合啁啾脉冲光同时实现自发辐射，多能级“自旋泄露”，及光强相关衍射相移的高效抑制。在论证该类绝热物质波相位门在原子干涉和离子阱量子信息基础中的应用后，本章将给出运用绝热物质波相位门实现 <sup>85</sup>Rb 原子 Mach-Zehnder

原子干涉面积增强的数值案例。

在实验方面,运用第 3 章介绍的纳秒脉冲拉曼物质波操控实验平台,我们首次在  $\tau_c = 40 \text{ ns}$  内实现了拉曼转移效率  $f_R = 98.8(5)\%$  的 SDK 操作,这应该是迄今为止对宏观原子样品最快,同时也是效率最高的拉曼物质波控制。本工作并未将该技术运用于原子干涉,而是运用第 3 章介绍的光子反冲动量及超精细结构布居转移的测量结合精密建模数据分析获得 SDK 的通道保真度  $f_{\text{SDK}} \approx 97.6(3)\%$ ,该分析同时允许我们得出自发辐射  $\epsilon_{\text{sp}} \approx 2\%$  和相干自旋泄露  $\epsilon_{\Delta m} \approx 0.5\%$ 。我们将该高效物质波操控直接运用于原子干涉需要同时发展的相关高速物质波“分束/合束”技术将放在下一章讲解。

本章的结构安排如下:在 4.1 节,我们将从碱金属超精细基态和拉曼光场相互作用最一般哈密顿量出发,详细介绍二分量拉曼操控的速度限制,及实验上实现二能级截断的常规策略。在 4.2 节我们将介绍截断二能级中的绝热拉曼转移技术运用于物质波动量转移。我们将重点介绍此类转移无法避免的光强相关衍射相移在二次操作中的精确消除以获得二分量物质波相位门。在 4.3 节我将给出实验相关技术细节以及绝热 SDK 布居翻转和反冲动量的实验测量结果,并通过和数值模型对比,推测绝热拉曼物质波转移技术的通道保真度。同时 4.4 节则会给出基于 Ramsey 干涉的双次 SDK 几何控制的实验证明。超越本论文工作的当前实验测量局限,在 4.5 节我们将讨论绝热拉曼物质波操控的量子门保真度,并介绍交替啁啾方案在抑制“自旋泄露”及衍射相位方面卓越的性能。在 4.6 节我们给出原子干涉方案。

## 4.1 超精细结构多能级拉曼跃迁

对于绝大多数原子干涉仪实验,其物质波的两个分量所对应的内态一般会被编码到碱金属原子的两个超精细结构基态磁量子相同的两个塞曼子能级上。对于一个如图 4.1 (a) 中被两束光

$$\mathbf{E}_{1,2} = \mathbf{e}_{1,2} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)_{1,2} e^{i(\mathbf{k}_{1,2} - \nu_{1,2} t)} + \text{c.c.} \quad (4.1)$$

所驱动受激拉曼跃迁,为了考虑超精细基态多能级结构的完整的动力学,我们需要如 2.1.7 节中所讨论的,研究定义在超精细结构基态多能级(图 4.1 (c))上的等效哈密顿量

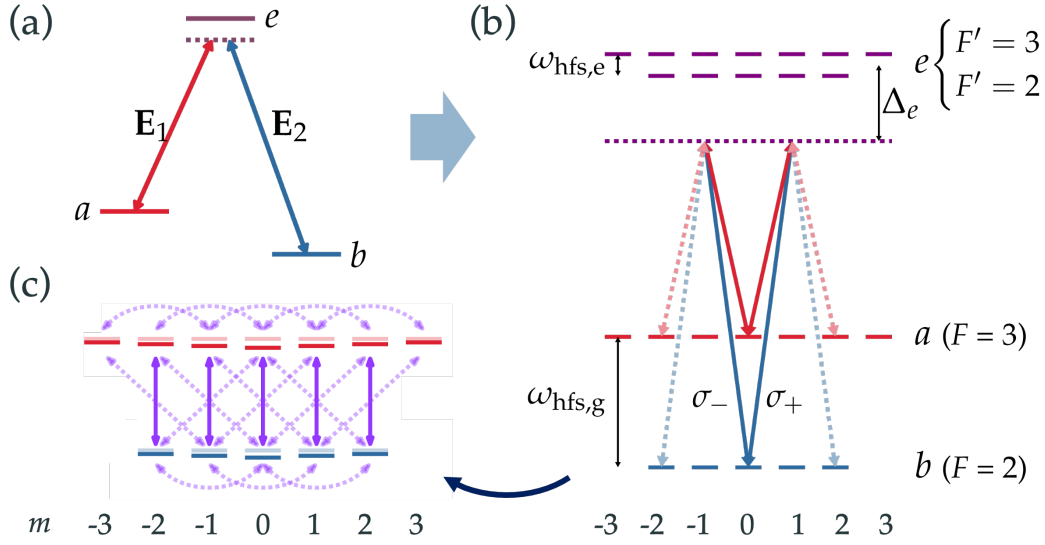


图 4.1: 超精细结构多能级的受激拉曼跃迁能级示意图。(a) 简化的三能级拉曼跃迁耦合图；(b)  $^{85}\text{Rb}$  D1 超精细结构不同塞曼子能级之间的拉曼耦合示意图，其中包括了  $\Delta m = 0$  (实线) 和  $\Delta m = \pm 2$  (虚线) 耦合,  $\sigma_{\pm}$  表示光的偏振；(c) 将激发态绝热去除后的简化能级图：亮和暗的横线分别表示裸态和缀饰态（含由光频移）情况下的能级，实和虚的紫线分别表示  $\Delta m = 0$  和  $\Delta m = \pm 2$  拉曼耦合。

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{r}, t) = & \hbar \sum_e \sum_{j=1,2} \frac{\Omega_j^{e_1 a_m} \Omega_j^{e_1 a_n^*}}{4(\nu_j - \omega_{ea})} \sigma^{a_n a_m} + \frac{\Omega_j^{e_1 b_m} \Omega_j^{e_1 b_n^*}}{4(\nu_j - \omega_{eb})} \sigma^{b_n b_m} \\
 & + \hbar \sum_e \frac{\Omega_1^{e_1 a_m} \Omega_2^{e_1 b_n^*}}{4\Delta_e} e^{i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} \sigma^{b_n a_m} + \text{h.c.} \\
 & + \hbar \sum_e \frac{\Omega_2^{e_1 a_m} \Omega_1^{e_1 b_n^*}}{4\Delta} e^{-i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}} e^{i2\omega_{ab}t} \sigma^{b_n a_m} + \text{h.c.}
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

其中，等效波矢  $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ ，其余符号和式 (2.51) 的定义一致。

#### 4.1.1 交叉线偏振拉曼跃迁的等效多自旋动力学

我们考虑对于被两个偏振为线偏振且互相垂直的脉冲（交叉线偏振，cross-linear）所驱动的拉曼跃迁<sup>[3,6]</sup>（如图 3.2 (a)）。不失一般性，我们定义量子化轴沿着脉冲传播方向（+z，如图 3.2 (a)）。在远失谐条件下，即单光子失谐量  $\Delta_e \gg \omega_{\text{hfs},e}$  时，基态多能级结构的动力学可以被拆分为  $2F_b + 1$  份赝自旋-1/2 子空间  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  的近似拷贝，而对应的所有基态多能级之间拉曼耦合可以

被表示为图 4.1 (b,c)。其中,  $\Delta m = 0$  的拉曼耦合由于偏振垂直而叠加增强, 而  $\Delta m = \pm 2$  的耦合则由于对称性被抑制<sup>[7]</sup>。进一步地, c-g 系数的对称性保证了在远失谐极限下, 相对光频移与  $m$  无关。因此, 在这一条件下, 我们可以很方便地可以将公式 (4.2) 的哈密顿量重写为

$$H(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=-F_b}^{F_b} H_0^{(m)}(\mathbf{r}, t) + H'(\mathbf{r}, t), \quad (4.3)$$

其中

$$H_0^{(m)}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar}{2}\delta_R\sigma_z^{(m)} + \frac{\hbar}{2}\left(\Omega_R^{(m)}e^{i\mathbf{k}_R\cdot\mathbf{r}}\sigma_+^{(m)} + \text{h.c.}\right) \quad (4.4)$$

与式 (2.45) 形式相同, 可以被视作每个  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  子空间所张成的  $m$ -自旋的哈密顿量, 其中的升降算符  $\sigma_{\pm}$  以及泡利矩阵  $\{\sigma_x^{(m)}, \sigma_y^{(m)}, \sigma_z^{(m)}\}$  定义在  $m$ -自旋上, 具体形式与二能级中的标准定义相同, 同时为了之后方便标记, 我们进一步定义投影算符  $\mathbb{1}^{(m)} \equiv \sigma^{a_m a_m} + \sigma^{b_m b_m}$  和  $\bar{\mathbb{1}}^{(m)} = \mathbb{1} - \mathbb{1}^{(m)}$ 。失谐量  $\delta_R$  中包含两个超精细基态的标量光频移 (公式 (4.2) 第一行) 的差  $\delta_R^s$ 。含时的复拉曼拉比频率  $\Omega_R^{(m)} = \chi^{(m)}\Omega_a^1\Omega_b^{2*}/2\Delta_e$ , 其中约化单光子拉比频率为<sup>[8]</sup>

$$\Omega_{a(b)}^{1(2)} = \frac{\mathcal{E}_{1(2)}}{\hbar} \frac{1}{\sqrt{3}} |\langle J_g \| \mathbf{d} \| J_e \rangle| \quad (4.5)$$

而  $m$  相关的系数  $\chi^{(m)} \sim 1$ , 其具体的值由 c-g 系数决定。由对称性可得, 其数值随着  $|m|$  的减小而逐渐减小。特别地, 对于  $m = 0$ , 有  $\chi^{(0)} = 1$ 。

公式 (4.3) 中的  $H'(\mathbf{r}, t)$  首先包括了式 (4.2) 的第一行中与  $\{a, b, m\}$  无关的“共同频移”; 更重要的是, 它还包含所有超精细多能级动力学中由于  $\omega_{\text{hfs},e}$  的存在所产生的随  $m$  变化的项, 包括  $\Delta m = \pm 2$  的拉曼耦合以及  $m$  相关光频移项 (光缀饰后产生光频移的能级见图 4.1 (c) 中的紫色实线); 最后,  $H'$  还包括了公式 (4.2) 的第三行的“反旋转”拉曼耦合项, 但如前文所述, 本章中暂不讨论逼近二分量物质波控制的速度极限的情况, 故我们在这里不予考虑。

在此基础上, 我们可以参考式 (2.71) 写出多能级中单次理想 SDK 操作的演化算符

$$U_K(\mathbf{k}_R, \mathbf{r}) = \prod_{m=-F_b}^{F_b} \left( e^{i\varphi_+^{(m)}} e^{i\mathbf{k}_R\cdot\mathbf{r}} \sigma_+^{(m)} - \text{h.c.} + \bar{\mathbb{1}}^{(m)} \right) \quad (4.6)$$

这里相对于式 (2.71) 理想的几何翻转, 额外增加了一个衍射相位偏离  $\varphi_+^{(m)}$ <sup>[9]</sup>。

另一方面, 我们仍不可完全忽视由于  $\omega_{\text{hfs},e}$  的存在而引起的波函数在这些自旋之间的微扰“隧穿”。 $\Delta m = \pm 2$  的耦合效应体现为  $H'$  中的  $\sigma^{a_m b_{m\pm 2}}$  项, 其强度可以如式 (4.2) 所示, 通过对所有中间态  $|e_{m\pm 1}\rangle$  求和来计算。这种耦合在各个能级之间的体现见图 4.1 (c) 中。对于两束偏振互相垂直的线偏振光所驱动的拉

曼跃迁来说，c-g 系数的对称性使得在远失谐条件下，对所有中间态  $F_e$  的求和为 0。故当不忽略  $\omega_{\text{hfs},e}$  时， $\Delta m = \pm 2$  的耦合强度大约为

$$\Omega^{\pm 2} = \mathcal{O}\left(\frac{\omega_{\text{hfs},e}}{\Delta_e}\right)\Omega_R \quad (4.7)$$

我们考虑一种最基本的情况——光强平衡的拉曼跃迁，即  $\Omega_a^1 \approx \Omega_b^2$ 。在这种情况下，不论是同一个超精细能级内还是两个超精细能级之间的  $\Omega^{\pm 2}$  耦合，它们都具有相似的强度。对于传统原子干涉仪的拉曼控制来说，其双光子拉比频率一般不大于 MHz，这使得在实验中施加一个沿量子化轴、强度为几 Gs 的偏置磁场，就可以轻易地完全抑制这一微扰；然而当我们考虑控制的单个脉冲在纳秒尺度时，对应的双光子拉比频率往往使得对应的偏置磁场达到几百 Gs，而要在实验中实现这么大、且在原子样品尺度均匀的磁场是非常不现实的。因此，在本文讨论的范围内，我们需要计入这一微扰的影响。

综上，我们可以得到结论：一对偏振垂直的线偏光所驱动的拉曼跃迁，其在基态超精细流形上可以为如图 4.1 (c) 所示分为两部分：其主要表现为  $2F_b + 1$  个子自旋内的二能级动力学，这些  $m$ -自旋共享相近的双光子拉比频率和相对光频移；在这一基础上，由于激发态超精细分裂的存在，不同的  $m$ -自旋之间还存在  $\Omega^{\pm 2}$  的微扰自旋泄漏，微扰的量级  $\sim \omega_{\text{hfs},e}/\Delta_e$ 。

### 4.1.2 非理想 SDK 的表征

式 (4.6) 定义的 SDK 过程即是我们的目标操控。而对于实验中实际的非理想 SDK 操作，我们统一定义在其上加波浪线表示为  $\tilde{U}(\mathbf{k}_R; \eta)$ ，在下面的讨论中， $\eta$  泛指实际哈密顿量中变化的相关参数。为了表征实验中实际 SDK 操作的性能，我们基于 2.2.4 节中式 (2.77) 定义的物质波通道保真度，定义一个对交叉线偏振构型下整个基态超精细结构的多自旋系统实现平行操作的单次 SDK 的平均保真度为

$$f_{\text{SDK}} = \left\langle \left| \left\langle \langle c_m | U_{\mathbf{k}}^\dagger(\mathbf{k}_R, z) \tilde{U}(\mathbf{k}_R, z; \eta) | c_m \rangle \right\rangle_z \right|^2 \right\rangle_{\eta, c_m} \quad (4.8)$$

与式 (2.77) 类似， $\langle \dots \rangle_z$  表示对空间的有效平均；而  $\langle \dots \rangle_\eta$  则表示对感兴趣的哈密顿量参数的模方求系综平均，如冷原子气体样品所感受到的不均匀的光强等。这里额外增加的是  $\langle \dots \rangle_{c_m}$  所表示的对我们的关心的  $2(2F_b + 1)$  个初始态求平均，其中  $m = -F_b, \dots, F_b$ ， $c = a, b$ 。值得注意的是，我们这里需要假设光强沿传播方向 ( $z$ )、在波长尺度上几乎没有变化<sup>1</sup>。如此定义的 SDK 保真度对空间相关的衍射

<sup>1</sup>这一假设对于绝大多数物质波控制实验中所用的聚焦程度不那么高的控制光来说总是成立的。

相位不敏感，从而在评估性能时能够很好地与实验中的非相干观测量如反冲动量和超精细布居数翻转建立联系。

为了量化子能级  $m$ -自旋  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  中相干波函数所对应的原子布居的损失，我们将非理想 SDK 操作过程中的平均自旋泄漏几率定义为

$$\varepsilon_{\text{leak}} = 1 - \left\langle c_m | U_K^\dagger(\mathbf{k}_R) \mathbb{1}^{(m)} \tilde{U}(\mathbf{k}_R; \eta) | c_m \right\rangle_{\eta, c_m} \quad (4.9)$$

因为任何的自旋泄漏都会导致控制效率变低，所以我们一般认为  $f_{\text{SDK}} \leq 1 - \varepsilon_{\text{leak}}$ 。值得注意的是，上式中定义的自旋泄露几率不仅包括了  $\Delta m = \pm 2$  跃迁带来的损失，还计入了自发辐射所造成的退相的影响，即  $\varepsilon_{\text{leak}} = \varepsilon_{\Delta m} + \varepsilon_{\text{sp}}$ 。这里 SDK 控制过程中的自发辐射概率  $\varepsilon_{\text{sp}}$  由利用修正的随机波函数法计算  $\tilde{U}(\mathbf{k}_R, z; \eta)$  过程中获得（数值模拟细节详见 2.3.1 节）。对于  $\Delta m = \pm 2$  的泄露，从式 (4.7) 中，我们发现  $\varepsilon_{\Delta m} \propto \omega_{\text{hfs},e}^2 / \Delta_e^2$ ，因此  $\Delta_e$  越大，该泄露将会越小。这一现象类似于增大单光子失谐从而抑制自发辐射。然而我们需要注意的是， $\Delta m = \pm 2$  的泄露过程是相干的，而自发辐射过程是非相干的。对于相干的自旋泄漏，即使单次 SDK  $\varepsilon_{\Delta m}$  可以忽略不计，在经历多次 SDK 的操作后，这一效应会被积累甚至非线性地放大。

## 4.2 绝热自旋相关瞬时加速

上一节我已经论证了在交叉线偏振的拉曼跃迁构型下，超精细结构多能级主导的动力学仍然是多个哈密顿量近似的截断二能级。因此我们仍然可以将基于二能级的容错控制应用到超精细结构多分量物质波的拉曼控制上。具体来说，我将首先基于二能级内态动力学介绍一种鲁棒的控制技术，进而展开其运用于实际多分量物质波的讨论。

### 4.2.1 基于快速绝热通道的高效内态翻转

为了实现全局的高保真的拉曼控制，一个标准的方案就是利用二能级系统的几何鲁棒性，借用章节 2.2.5 中提到的绝热过程。由于在整个演化过程中时时保持完全绝热对于实验条件过于苛刻，且耗费时间比较长。在实际实验中，我们可以通过设计含时的哈密顿量，使得系统在演化过程中不同时刻的非绝热 (diabatic) 项能够互相抵消，这样最终系统的末态仍能保持在哈密顿量的本征态上。这一条件又被称作准绝热条件。这是一个被充分研究的话题，已经有很多行之有效的方案<sup>[1,10-11]</sup>。对于我们想要实现的布居数翻转，我们选择使用绝热快速通道 (adiabatic rapid passage, ARP)<sup>[3-4]</sup>。具体地，我们将两束拉曼光的时间相关的拉



比频率  $\Omega_{1,2}(t)$  参数化为  $\Omega_i(t) = C_i(t)e^{i\varphi_i(t)}$ , 其中  $C_i(t)$  为正实数, 表示强度,  $\varphi_i(t)$  则表示其相位。含时的强度与双光子相位满足

$$\begin{cases} C_i(t) = C_i^{(0)} \sin(\pi t/\tau_c) \\ \varphi_R(t) = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi^{(0)} \sin(\pi t/\tau_c) \end{cases} \quad (4.10)$$

其中,  $t \in [0, \tau_c]$ ,  $\tau_c$  为单个控制脉冲的时间。如果存在一个足够大的双光子失谐频率扫描幅度  $\delta_{\text{swp}} = \pi\varphi^{(0)}/\tau_c$ , 有  $|\delta_{\text{swp}}| \gg \delta_R^s$  从而让总的双光子失谐  $\delta_R = d\varphi_R/dt + \delta_R^s$  “覆盖” 光缀饰引起的双光子光频移; 另一方面, 有一个足够强的等效拉曼拉比频率强度  $C_R^{(0)} = C_a^{(0)}C_b^{(0)}/2\Delta = 2\mathcal{A}_R/\tau_c$ , 使得脉冲面积  $\mathcal{A}_R \gg 1$ , 并且有  $C_R^{(0)} \sim \delta_{\text{swp}}$ , 那么这一等效二能级体系演化过程中的准绝热近似条件可以被满足。总结上述条件, 完成这一过程的脉冲的双光子拉比频率与失谐量可以表示为

$$\begin{cases} \Omega_R(t) = C_R^{(0)} \sin^2(\pi t/\tau_c) \\ \delta_R^b(t) = \delta_{\text{swp}} \cos(\pi t/\tau_c) \end{cases} \quad (4.11)$$

其波形如图 4.2 (a) 所示。由于这一过程中, 其相对频率差  $\delta_R^b$  一直随时间变化, 故该脉冲又常常被称作啁啾脉冲。

当 ARP 脉冲作用在拉曼系统上时, 与完全绝热过程相似, 系统的内态  $|\psi(t)\rangle \approx c_a(0)e^{i\varphi_a(t)}|\tilde{a}(t)\rangle + c_b(0)e^{i\varphi_b(t)}|\tilde{b}(t)\rangle$  将会绝热地遵循瞬时哈密顿量的本征态  $\{|\tilde{a}(t)\rangle, |\tilde{b}(t)\rangle\}$  态而演化。图 4.2 (b) 给出了不同初态在缀饰态表象下的演化轨迹。而在这过程中, 布居数的翻转是准绝热的, 其效率对激光强度、频率失谐以及它们对既定含时形式 (式 (4.11)) 的缓变偏离都不敏感。图 4.2 (c) 给出了 Bloch 球图像下, 不同的脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  所对应的演化路径, 其中中心脉冲面积  $\mathcal{A}_0 = 9\pi$ 。可以看到, 对于不同的脉冲面积  $\mathcal{A}_R \sim (1 \pm 50\%)\mathcal{A}_0$ , 系统均能成功实现布居数翻转; 并且随着脉冲面积的增大, 其轨迹更加趋近哈密顿量本征态的演化。

### 双次绝热布居数翻转

考察对于不同的初态  $|a\rangle$  或  $|b\rangle$ , 单次 ARP 过程中系统积累的动态相位

$$\begin{aligned} \varphi_{D,a} &= -\frac{1}{\hbar} \int_0^{\tau_c} dt \langle \tilde{a}(t) | H_R(t) | \tilde{a}(t) \rangle \\ \varphi_{D,b} &= -\frac{1}{\hbar} \int_0^{\tau_c} dt \langle \tilde{b}(t) | H_R(t) | \tilde{b}(t) \rangle \end{aligned} \quad (4.12)$$

图 4.2 (b) 表示初态为  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  在 ARP 脉冲作用下, 在缀饰态表象中的轨迹 (橙色和深蓝色实线)。将式 (2.9) 中缀饰态的能量代入, 可以证明缀饰态两条线

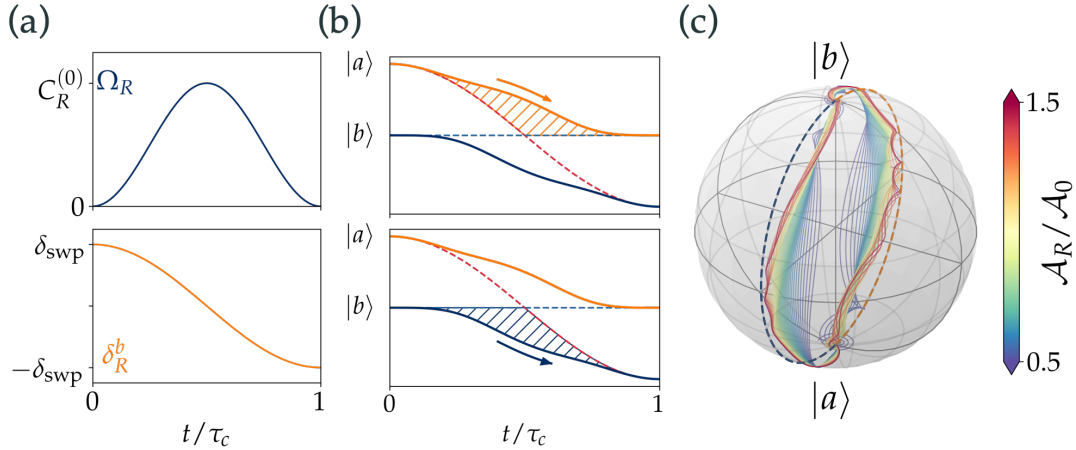


图 4.2: (a) 拉曼绝热快速通道 (ARP) 的等效脉冲示意图: 上图表示  $\Omega_R(t)$ , 下图表示  $\delta_{\text{swp}}^b(t)$ 。(b) 不同初态经历 ARP 过程在缀饰态表象下的示意图: 其中红色和蓝色虚线表示裸态的能量随时间的变化, 而橙色和深蓝色实线则表示缀饰态的能量。(c) 初态  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  分别在不同脉冲面积下经历 ARP 过程在 Bloch 球图像上的轨迹, 其中  $\mathcal{A}_0 = 9\pi$ 。

与裸态能量 (红线与蓝线) 所夹的面积 (橙色与深蓝色阴影区域) 分别正比于  $\varphi_{D,a}$  和  $\varphi_{D,b}$ , 并且有  $\varphi_{D,a} + \varphi_{D,b} = 0$ 。借由这一结论, 我们可以得到施加双 ARP 脉冲, 原子会经历两次翻转回到初态, 并且积累的动态相位会相互抵消。末态相比于初态, 仅有一个几何相位  $\varphi_G = \pi$ 。如此, 通过两次准绝热布居数翻转, 我们即实现了对于原子内态的几何控制。值得注意的是, 进一步的推导发现, 即使考虑  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$  之间的相对光频移  $\delta_R^s$ , 只要单光子拉比频率  $\Omega_{1,2}$  相等, 这一关系仍然满足。

#### 4.2.2 双绝热 SDK 作为物质波相位门

对于单次 ARP 过程, 我们已经看到了其对于内态可以实现容错布居翻转, 因此基于这一过程的绝热 SDK 可以对物质波实现高效的容错分量翻转。但是正如章节 2.2.4 所论述的, 一个  $f_{\text{SDK}} \approx 1$  的物质波控制只是实现了单个通道的高保真度, 并不对应于二分量物质波的可靠几何操控。其对物质波的操控不仅会写入期待的几何相位  $\varphi_G = \pi/2 + \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}$  [12-13], 还有一个对激光强度所控制的参数  $\Omega_{1,2}$  敏感的衍射相位  $\varphi_+$  的相位。但是如上一小节所讨论的, 连续两次全同 ARP 过程引入的动态相位能够互相抵消。因此, 对于理想操控  $U_K$ , 我们可以通

过施加两次  $\mathbf{k}_R$  相反的绝热 SDK 以实现物质波几何控制，其对应的演化算符有

$$\begin{aligned} U_K^{(2N)}(\mathbf{k}_R) &= \underbrace{U_K(-\mathbf{k}_R)U_K(\mathbf{k}_R) \cdots U_K(-\mathbf{k}_R)U_K(\mathbf{k}_R)}_{2N} \\ &= \prod_{m=-F_b}^{F_b} \left( (-1)^N e^{i2N\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}\sigma_z^{(m)}} + \mathbb{1}^{(m)} \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

对于每个  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  的截断二分量子空间， $U_K^{(2N)}(\mathbf{k}_R, \mathbf{r})$  的作用是对两个分量分别写入  $\pm 2N\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}$  的相位，因此是一个物质波几何相位门。

不过值得注意的是，对于拉曼跃迁来说，考虑到两束光光场的非全同性，在实际实验中交换  $\pm\mathbf{k}_R$  的方向而不改变等效拉曼脉冲的其余参数是极难实现的<sup>[14-17]</sup>。对于本文的实验，我们选择切换  $\mathbf{k}_R$  方向的方法是利用光学延迟线并通过程序控制脉冲的延时实现的，详见章节 3.2。对于入射脉冲，我们假设其峰值振幅固定；对于反射脉冲，其峰值振幅由于长光学延迟线的光学损失，相比于入射脉冲将会有个反射系数  $\kappa$ ，即  $\mathcal{E}_{1(2),r} = \kappa\mathcal{E}_{1(2),i}$ 。入射脉冲对  $(\mathcal{E}_1, \kappa\mathcal{E}_2)$  和  $(\mathcal{E}_2, \kappa\mathcal{E}_1)$  实现的 SDK 的反冲动量相反，分别对应于非理想的  $\tilde{U}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}(-\mathbf{k}_R)$  操作。由于非理想的镜面反射  $\kappa < 1$ ，相反的脉冲对所对应的基态的光频移会不同，进而导致拉曼跃迁等效二能级哈密顿量中的失谐量  $\delta_R$  不一致，因此常常会导致  $\tilde{U}(\pm\mathbf{k}_R)$  操作中引入的衍射相位  $\tilde{\varphi}^+$  不平衡。

为了方便后续的相关讨论，我们将衍射相位  $\varphi^+$  中的动态部分（式 (4.12)）定义为操作过程中积累的动态相位  $\varphi_D$ 。对于一个作用于分量  $|c_m\rangle$  的理想物质波几何门  $U_K^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  和对应的非理想操作  $\tilde{U}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$ ，我们可以得到其截断二分量子之间的相对动态相位为

$$\begin{aligned} \varphi_{D,m}^{(2N)} &= \arg[\langle a_m | U_K^{(2N)\dagger}(\mathbf{k}_R) \tilde{U}^{(2N)}(\mathbf{k}_R; \eta) | a_m \rangle] \\ &\quad - \arg[\langle b_m | U_K^{(2N)\dagger}(\mathbf{k}_R) \tilde{U}^{(2N)}(\mathbf{k}_R; \eta) | b_m \rangle] \end{aligned} \quad (4.14)$$

为了实现高保真的物质波几何相位门，我们需要通过设计脉冲序列使得动态相位  $\varphi_{D,m} = 0$ 。具体的实现我将在章节 4.5 中讨论。

## 4.3 绝热 SDK 的实现与保真度测量

### 4.3.1 绝热 SDK 的实现与优化

在实验上，我们在  $^{85}\text{Rb}$  的 D1 线 ( $5S_{1/2} - 5P_{1/2}$ ) 上实现纳秒级的绝热 SDK。我们由宽带任意光学波形发生系统 (OAWG) 编程产生两个单光子跃迁所对应

的啁啾脉冲，并通过一个光学延迟线让其同时作用在原子上。实验中的许多细节在第 3 章已有介绍，这里我们作出简单回顾。OAWG 输出脉冲的峰值功率  $P_{\max} \approx 20 \text{ mW}$ ，入射光的聚焦光斑半径  $w \approx 13 \mu\text{m}$ ，相应单光子拉比频率的峰值为  $\Omega_{1,2} \approx 2\pi \times 2 \text{ GHz}$ 。原路返回的反射系数  $\kappa \approx 0.7$  (对应反射率  $\mathcal{R} = |\kappa|^2 \approx 50\%$ )，这主要是由于波前在长时间传播过程中的畸变导致聚焦光束的束腰变大，从而原子样品感受到的拉比频率  $\Omega_{2,1} = \kappa\Omega_{1,2}$  将会变小。为了减少自发辐射对 SDK 保真度的降低，我们设置单光子的失谐频率  $\Delta_e \approx \Delta = -2\pi \times 10 \text{ GHz} > \omega_{\text{hfs},g}$ 。在高斯聚焦光束中心处，可以估计拉曼拉比频率可达到的峰值为  $C_R^{(0)} \approx 2\pi \times \kappa 300 \text{ MHz}$ 。利用光学延迟线和预编程的脉冲序列，我们可以实现时域上可分辨的纳秒级的 SDK (详见 3.2 节)。

我们在一个压缩后的光偶极阱中制备了数量  $N_A \sim 10^5$  的  $^{85}\text{Rb}$  原子，温度  $T \sim 200 \mu\text{K}$ 。我们通过光抽运将原子样品制备在  $F = 2$  的超精细能级上，不同的塞曼子能级  $|b_m\rangle$  均匀分布。原子样品在 x-y 平面内的半径  $\sigma \approx 7 \mu\text{m}$ ，在 z 方向则会相对较长 (见图 4.4 (a))。当原子从光偶极阱中释放时，多个经过编程后的 SDK 脉冲将会立即在延迟线中交替地与原子相互作用，当原子重复地在  $F = 2$ ,  $|b_m\rangle$  和  $F = 3$ ,  $|a_m\rangle$  两个超精细能级之间翻转时，每次都会伴随着  $\mathbf{k}_R = \pm 2k_0\mathbf{e}_z$  的动量转移。这里  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ，是波长  $\lambda = 795 \text{ nm}$  的 D1 线偶极跃迁对应的波数。

### 光强容错的要求

对于 z 方向的控制光对应的原子截面的  $1/e$  半径  $\sigma \sim 7 \mu\text{m}$ ，对应密度分布有

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi\sigma^2} \exp(-r^2/\sigma^2), \quad \int dr 2\pi r \rho(r) = 1 \quad (4.15)$$

另一方面，控制光入射光的腰宽  $w_i \sim 13 \mu\text{m} \equiv w$ ；对应反射光反射率为  $\mathcal{R} \sim 0.5$ ，我们假设其仍近似为高斯分布。在实验中我们观察到镜面反射的直接损失较小 ( $< 10\%$ )，反射光强的降低主要来自于聚焦性的下降 (详见 3.2 节)，故其腰宽  $w_r \sim w_i/\kappa \sim 18 \mu\text{m}$ 。于是距离光束中心为  $r$  的原子感受到的双光子拉比频率的振幅

$$C_R(r) = \frac{C_i(r)C_r(r)}{2\Delta} \propto \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\left(1 + \frac{1}{\mathcal{R}}\right)\right) = \exp\left(-\frac{r^2}{\tilde{w}^2}\right) \equiv \zeta(r) \quad (4.16)$$

这里我们已经定义等效腰宽  $\tilde{w} = w\sqrt{2/(1+1/\mathcal{R})}$ 。  $\zeta(r)$  表示不同位置的控制场强度 (双光子拉比频率) 相比于最大值的比例系数，有  $\zeta \in (0, 1]$ 。对于感受到不同控制场强度的原子，我们可计算其关于  $\zeta$  的累积分布函数 (cumulative

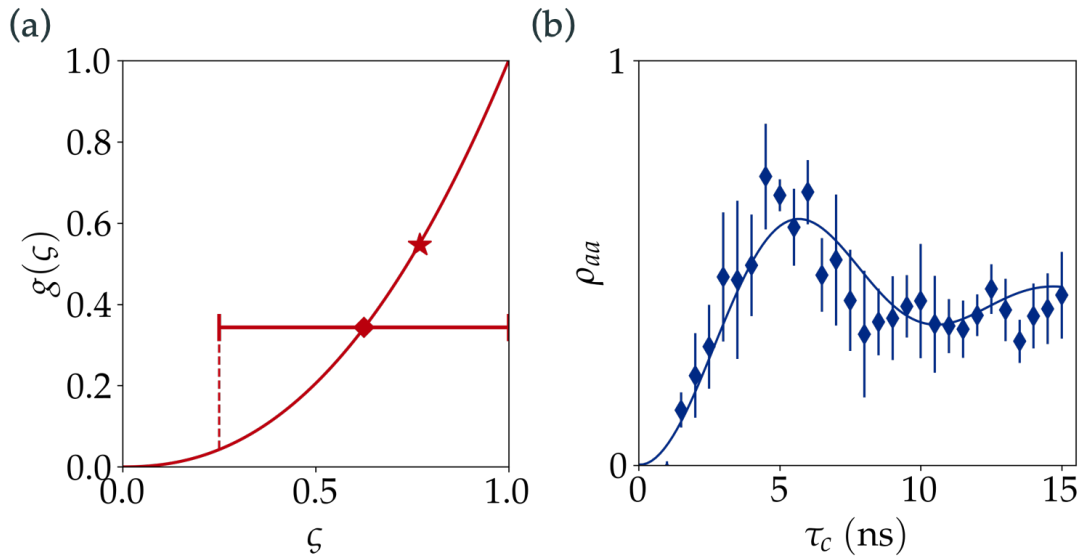


图 4.3: (a) 原子样品关于控制场强度比例系数  $\zeta$  的累积分布函数 (CDF)，其中星形点表示原子感受到的平均  $\zeta$ ，而菱形点表示一个对控制场强度变化  $\pm 60\%$  容错控制所对应的中心  $\zeta$ ，容错区间用误差棒表示，其下限所对应的 CDF 值  $g(\zeta) \sim 0.04$ 。(b) 菱形点为通过扫描共振拉曼脉冲的时长  $\tau_c$  得到的对应拉比振荡的曲线，实线为理论模拟值。

distribution function, CDF)

$$\begin{aligned}
 g(\zeta) &= \int_0^\zeta d\zeta' \frac{2\pi r \rho(r) dr}{d\zeta'} \\
 &= \int d\zeta' \frac{\tilde{w}^2}{\sigma^2} \zeta'^{\tilde{w}^2/\sigma^2 - 1}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

其含义为控制场强度比例小于  $\zeta$  的原子数比例。代入实验参数后，我们得到如图 4.3 (a) 红色曲线。类似地，我们能计算得到原子样品感受到的平均控制场强度系数  $\bar{\zeta}$

$$\bar{\zeta} = \int d\zeta \zeta(r) \frac{2\pi r \rho(r) dr}{d\zeta} \approx 0.7 \tag{4.18}$$

如图中星号所示。同时，使得绝大多数原子处于我们的容错范围之内，我们设置中心控制场强度  $\zeta_m = 0.625$  (菱形位置)，于是对于一个对控制场强度变化  $\pm 60\%$  容错的控制 (误差棒)，其对应的容错控制的原子数比例  $> 95\%$ 。

为了在实验上直观地观察到容错控制的必要性，我们对于初态均在  $\rho_{bb}$  的原子施加一个双光子共振的拉曼脉冲，通过扫描脉冲的时长  $\tau_c$  得到等效二能级体系的拉比振荡如图 4.3 (b) 所示，可以看到，由于原子感受到的控制场强度非常

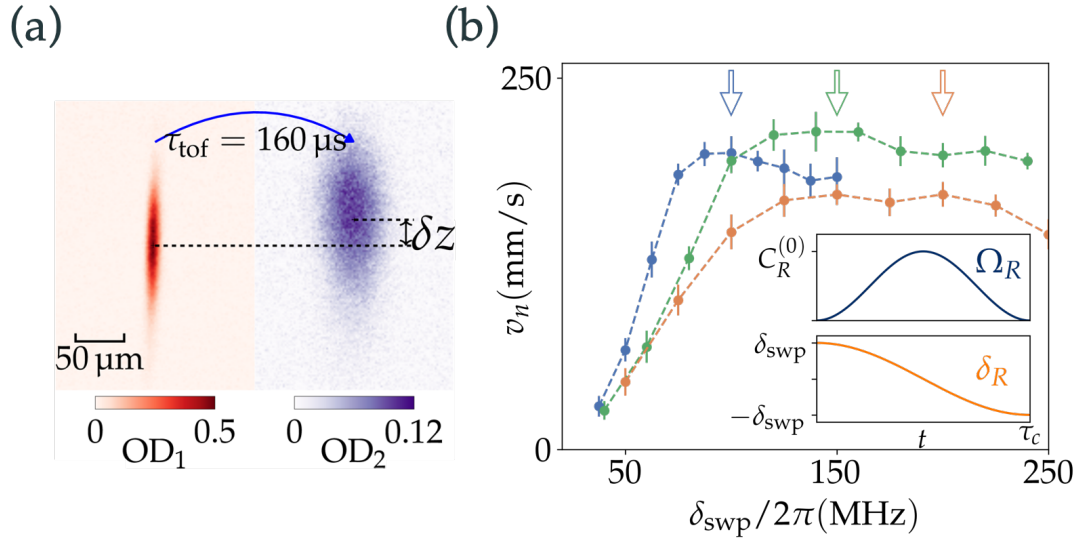


图 4.4: (a) 两次成像方法下的 SDK 动量转移测量: 原子样品在经历  $n = 25$  次 SDKs 操作后, 在  $t_1 = 10 \mu\text{s}$  和  $t_2 = t_1 + t_{\text{tof}}$  时, 对原子进行两次拍照记录其吸收像信息, 中间间隔的  $\tau_{\text{tof}} = 160 \mu\text{s}$  是原子的自由飞行时间, 而在自由飞行期间我们还会打开横向的反抽运光。通过拟合光学深度 (OD) 得到质心位置的位移  $\delta z$ , 精度为  $\pm 2 \mu\text{m}$ 。在典型的绝热 SDK 参数下, 估算原子的反冲速度  $v_n = \delta z / \tau_{\text{tof}}$ , 如 (b) 所示。此时  $n = 25$ ,  $\tau_c = 60 \text{ns}$ , 再通过扫描  $\delta_{\text{swp}}$  来优化  $v_n$ , 激光的峰值强度参数化后用拉曼脉冲面积  $\mathcal{A}_R = C_R^{(0)} \tau_c / 2$  表示。图中的蓝色、绿色、橙色线对应的拉曼脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  分别约为  $6\pi, 9\pi, 12\pi$  相应的峰值拉曼拉比频率  $C_R^{(0)}$  在顶部标记。误差棒表示  $v_n$  在重复测量下的统计不确定性。

不均匀, 在拉比振荡过程中, 其布居数的衬比度  $C$  快速降低, 在第二个  $\pi$  时就接近于 0。另一方面, 我们可以看到, 其误差棒较大, 这是由于我们的控制光路和偶极阱光路的中心位置由于振动导致在实验循环-循环之间存在相对移动, 使得原子的控制场强度分布出现涨落, 而不容错的共振脉冲对于这一涨落会相当敏感。这一测量结果也印证了利用光脉冲实现高效物质波控制对光强容错的必要性。

### 吸收像信息的读取

我们通过两次成像技术同时测量自旋相关的动量转移和原子布居数的翻转来描述绝热 SDK 的性能。特别地, 当最后一个 SDK 脉冲与原子作用结束后, 立即打一束  $\tau_p = 20 \mu\text{s}$  的与 D2 线  $F = 3 - F' = 4$  共振的探测光, 通过分析校准  $y - z$  平面内原子的吸收像来记录原子在  $|a\rangle$  态的空间分布。接下原子将会

经历  $\tau_{\text{tof}} = 160 \mu\text{s}$  的自由飞行。其间，我们还会额外沿着  $y$  方向再施加一束与  $F = 2 - F' = 3$  共振的反抽运光，使得  $|b\rangle$  的原子回到  $|a\rangle$ ，以用于第二幅图归一化地测量所有的原子数。这样我们就可以分别从第一张图和第二张图中推断出  $|a\rangle$  态的原子数  $N_a$  和总原子数  $N_A = N_a + N_b$  (详见 3.5 节)，于是原子在经过  $n$  次 SDKs 操作后最终在  $|a\rangle$  态的概率为  $\rho_{aa,n} = N_a / (N_a + N_b)$ 。此外，通过对两幅吸收像分别拟合，我们可以得到两幅图在竖直方向上的质心 (center-of-mass, c.o.m) 位置  $z_{1,2}$ ，再根据公式  $v_n = \delta z / t_{\text{tof}}$  可以得到原子的速度，从而得到整个 SDK 过程带来的实际动量转移，并将其转化为以  $\hbar k_R$  单位。

值得注意的是，我们可以看到图 4.4 中的原子样品是不对称的，这是由于我们 CDT 的构型中一束光是反射光，它的功率总是比入射光弱一点。当我们处理两次探测的吸收像时，我们可以发现吸收像的形状均不能完美地匹配二维高斯型；另外，由于探测功率相对较弱，且时长相对较短，故处理单次循环的吸收像仍会有不小的散粒噪音 (shot noise)，会影响高斯拟合的结果。为了从每一对吸收像中均能得到可靠的原子样品的 c.o.m，我们使用的处理过程如下：首先，我们对同一种类型的测量采集大约 80 对吸收像，并且对其做主成分分析。我们保留每一对吸收像的前三个主分量，这一步骤可以有效地降低散粒噪音的影响。然后我们对处理后的吸收像做二维高斯拟合，并将得到的高斯型形状以其 1.5 倍腰宽 (两个方向) 设为一个阶梯式的框。我们利用这一图框对原来的吸收像作截取，并从截取后的图中计算 c.o.m。

### 控制参数的优化

典型的  $v_n$  的测量结果如图 4.4 (b) 所示。这里所有制备在  $|b\rangle$  的原子都经历了  $n = 25$  次的 SDK 操作。这一过程可以理解为  $2N = 24$  次的双次 SDK 操作，然后是一次额外的 SDK 来驱动最后的拉曼跃迁，此时原子大部分将会处于  $|a\rangle$ ，并且  $v_n$  的运动方向是  $\mathbf{e}_z$  的方向。我们通过改变拉曼耦合的振幅峰值  $C_R^{(0)}$ ，以及在  $\tau_c$  不变的情况下扫描绝热 SDK 脉冲的失谐  $\delta_{\text{swp}}$  来优化得到最大的  $v_n$ 。如图 4.4 (b) 所示，对于脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  一定时，一般我们会发现当  $\delta_{\text{swp}}$  与  $C_R^{(0)}$  相匹配时 (见图 4.4 (b) 中的箭头标记)，动量转移效率达到最佳，这一结果与二能级的预测相一致。但是不同的是，对于两能级的 ARP<sup>[18]</sup> 来说，脉冲包括的面积越大，系统的绝热性和粒子数翻转的鲁棒性就越好。对于拉曼体系，这里我们发现当  $\mathcal{A}_R \approx 9\pi$  时达到了最优值，此时绝热的 SDK 操作对高达  $\pm 60\%$  的强度变化仍具有容错性。而随着随着  $\mathcal{A}_R$  进一步增大， $v_n$  在逐渐减小，这是因为更大的脉冲面积带来了更强的自发辐射量。当脉冲的持续时间  $\tau_c = 60 \text{ ns}$  时，我们需要将  $C_R^{(0)}$  减少到约 150 MHz，从而保证  $\mathcal{A}_R \approx 9\pi$ 。当  $C_R^{(0)}$  取最大值约 200 MHz 时，

我们可以将脉冲持续时间  $\tau_c$  减少到 40 ns，同时在失谐  $\delta_{\text{swp}} = 2\pi \times 150$  MHz 时，保持几乎相同的动量转移效率。

### 4.3.2 SDK 的效率与保真度

在最优的参数设置下， $\delta_{\text{swp}} = 2\pi \times 150$  MHz， $\mathcal{A}_R \approx 9\pi$ ， $\tau_c = 40$  ns，我们进行了  $n = 1 - 25$  次 SDK 的实验测量，然后以  $n$  为参数来表征动量转移  $p_n = Mv_n$  和归一化后的原子在  $|a\rangle$  态的布居  $\rho_{aa,n}$ 。实验结果如图 4.5 所示，其中 (a,i) 图中沿  $z$  轴的动量的变化量  $p_n$  是沿  $+z$  方向单方向变化的。而在  $\pm\mathbf{k}_R$  交替的时序中，我们可以很方便地通过程序控制使  $\tilde{U}(-\mathbf{k}_R)$  操作先作用于原子，这样原子将会持续地沿着  $-z$  方向加速，如图 (a,ii) 所示。同时，从图 4.5 (b) 中可以看出，原子在超精细能级上的布居  $\rho_{aa,n}$  随  $n$  振荡，其在偶数和奇数次 SDK 操作后会分别被抑制和恢复，这与我们的预期完全吻合。

#### 归一化测量的后选择问题

值得注意的是，为了实现归一化测量，我们第一次吸收像只能看到  $|F = 3\rangle$  的原子。换句话说，我们人为地后选择了被 SDK 作用后落到看得见（或者看不见，取决于 SDK 次数的奇偶性）的能级的原子。由于原子的内外态是纠缠的，并且在拉曼控制之后到第一次探测之间有一段很短的时长  $\tau_{p,1}$ ，故拟合得到的位置  $z_1$  相比于整个原子云 c.o.m 的位置会存在一个由这一后选择造成的偏离。我们有拟合得到一对吸收像的位置差

$$z_2 - z_1 = \tilde{v}_n \tau_{\text{tof}} + \rho_{bb,n} \tilde{v}_{b,n} \tau_{\text{tof}} \quad (4.19)$$

这里， $\tilde{v}_n$  和  $\tilde{v}_{b,n}$  分别代表整个原子样品和  $F = 2$  的原子在  $n$  次 SDK 之后的实际平均速度。于是我们可以得到原子的实际运动速度与拟合直接得到的速度之间的关系

$$\tilde{v}_n = v_n \left( 1 - \rho_{bb,n} v_{b,n} \frac{\tau_1}{\tau_{\text{tof}}} \right) \equiv v_n \left( 1 - \zeta(n, v_n) \frac{\tau_{p,1}}{\tau_{\text{tof}}} \right). \quad (4.20)$$

这里  $\zeta(n, v_n)$  取决于  $v_n$  和  $\rho_{bb,n}, v_{b,n}$  的关系，可由接下来将会介绍的 Markov 模型近似。在我们的实验中，计入曝光时长的影响， $\tau_{p,1} \sim 15$   $\mu\text{s}$ ，于是这一修正将会导致  $1 - \tilde{v}_n/v_n \sim \pm 5\%$ （ $\pm$  取决于  $n$ ）。经由修正的曲线大大减小了  $n$  的奇偶性造成的动量转移值的振荡，并且与模型的预测吻合较好，故我们认为这一修正是合理的。



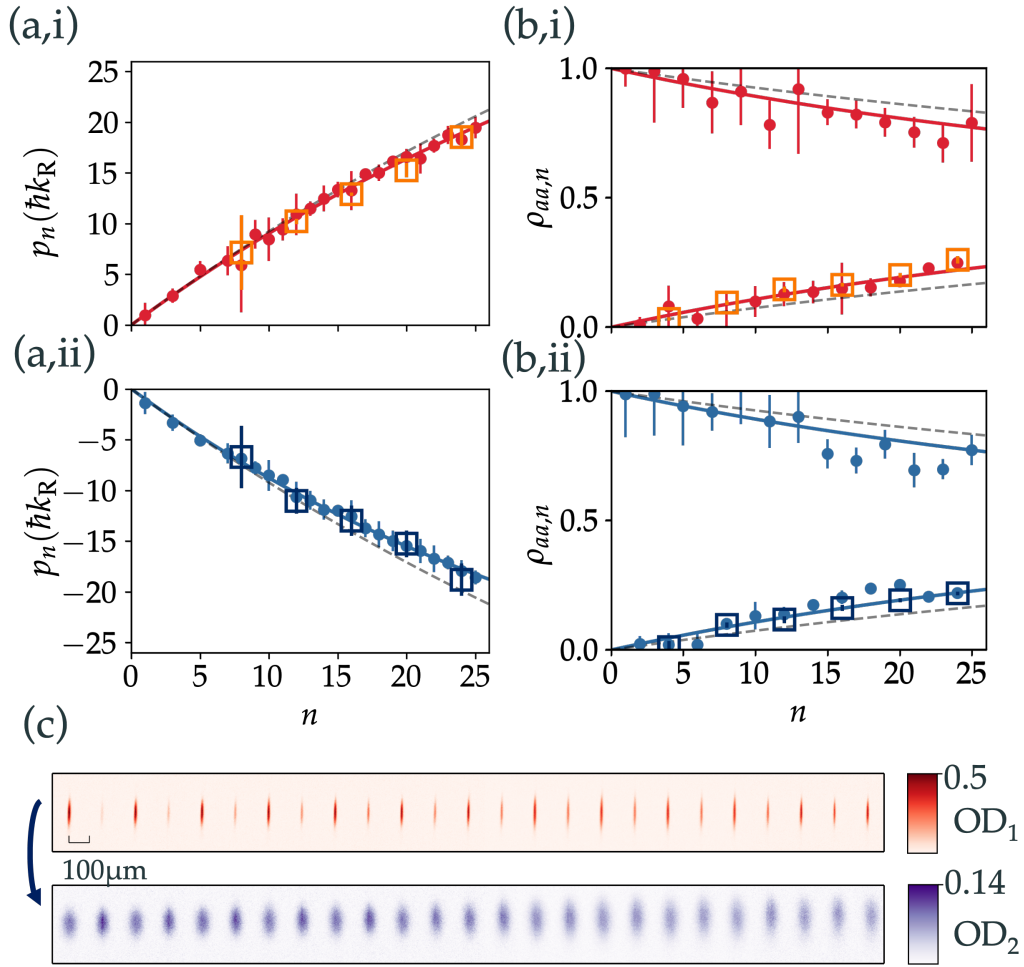


图 4.5: (a) (b) 脉冲时长  $\tau_c = 40 \text{ ns}$  时, 测量多个绝热 SDK 操作下原子的动量转移和超精细结构的布居数翻转。归一化后的动量转移  $p_n$  和超精细结构上的布居  $\rho_{aa,n}$  与 SDK 操作的实验次数  $n$  的关系如图 (a) (b) 所示。原子的初态为  $F = 2$ ,  $|b_m\rangle$ , SDK 的加速方向  $\pm\mathbf{k}_R$  分别用 (i) 和 (ii) 中实心点表示。相应地, 交替的  $n = 4N$  式 (4.32) 的啁啾脉冲序列, 其中  $N = 2 - 6$ , 在图中用空心方框表示 (具体序列会在后文中说明)。图中的黑色虚线是在实验所用的脉冲面积对应的自发辐射极限下数值模拟计算给出的  $p_n$  和  $\rho_{aa,n}$  的极限值。唯像拟合 (图中的红色和蓝色实线) 表明, 拉曼作用下的超精细结构的粒子数翻转效率  $f_R = 98.8(3)\%$ 。根据这些数据我们推断出 SDK 的保真度  $f_{\text{SDK}} = 97.6(3)\%$  (详情请见正文)。(c) 上图是原子在经历  $n = 1 - 25$  次加速方向为  $\mathbf{k}_R$  的 SDK 操作后, 被翻转到  $F = 3$ ,  $\{|a_m\rangle\}$  态上原子的吸收像。下图为相应地原子在反抽运光作用下自由飞行  $\tau_{\text{tof}} = 160 \mu\text{s}$  后的吸收像。

### 拉曼转移效率

原则上, 对于经历多次“不完美” SDK 的原子, 其整个自旋波的演化可以用波函数在动量晶格 (momentum lattice) 上的弥散来描述<sup>[19-20]</sup>。但实际的数值模拟中, 对于  $n$  到 25 次的 SDK 控制, 基于全能级的精确模拟过于消耗计算时间且数值误差不可估计。不过我们的模拟结果发现, 对于足够高效的单个 ARP 脉冲 ( $f_{\text{SDK}} > 95\%$ ), 其所造成的实验可观察量: 平均动量转移  $p_n$  和布居数  $\rho_{aa}/\rho_{bb,n}$  大致遵循一个简单 Markov 模型。这一模型假设了对于保真度  $f_{\text{SDK}}$  和自发辐射量  $\varepsilon_{\text{sp}}$  确定的脉冲, 对于下一次的动量和布居的转移只决定于当前两个超精细能级的布居差  $\rho_{aa} - \rho_{bb}$ 。在此假设下, 具体的模型描述如下:

假设在经历了  $n$  次 SDK 之后, 原子样品的平均动量为  $p_n$  (以  $\hbar\mathbf{k}_R$  为单位), 布居衬比度 (contrast)  $C_n = |\rho_{aa,n} - \rho_{bb,n}|$ , 那么下一次 SDK 造成的动量转移为

$$\Delta p_{n+1} = p_{n+1} - p_n = f_0(1 - \varepsilon_{\text{sp}}/2)C_n \quad (4.21)$$

其中  $f_0$  为在不考虑自发辐射的情况下超精细能级跃迁的效率, 当不考虑全能级时有  $f_{\text{SDK}} = f_0(1 - \varepsilon_{\text{sp}})$ 。这里, 我们已经假设在单个脉冲过程中, 自发辐射发生概率是均匀的, 因此自发辐射之后回到基态的原子获得的平均动量为  $\hbar\mathbf{k}_R$  的一半。

相似地, 对于布居数分布我们有

$$\begin{aligned} \rho_{aa,n+1} &= (1 - \varepsilon_{\text{sp}}) \left[ (1 - f_0) \frac{1 + C_n}{2} + f_0 \frac{1 - C_n}{2} \right] + \varepsilon_{\text{sp}}/2 \\ \rho_{bb,n+1} &= (1 - \varepsilon_{\text{sp}}) \left[ f_0 \frac{1 + C_n}{2} + (1 - f_0) \frac{1 - C_n}{2} \right] + \varepsilon_{\text{sp}}/2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

因此布居衬比度有

$$C_{n+1} = (1 - \varepsilon_{\text{sp}})(2f_0 - 1)C_n \quad (4.23)$$

进一步, 我们定义拉曼转移的效率  $f_R = f_0(1 - \varepsilon_{\text{sp}}/2)$ , 这一定义对于简单的等效二能级体系, 意味着单次拉曼跃迁布居数转移的效率。当  $f_0$  和  $1 - \varepsilon_{\text{sp}}$  都接近于 1 时, 动量转移和衬比度可近似于

$$\begin{aligned} p_{n+1} - p_n &= f_R C_n, \\ C_{n+1} &= (2f_R - 1)C_n. \end{aligned} \quad (4.24)$$

有了这一递推关系, 我们可以得到

$$\begin{aligned} p_n &= f_R \frac{1 - (2f_R - 1)^n}{1 - (2f_R - 1)}, \\ C_n &= (2f_R - 1)^n. \end{aligned} \quad (4.25)$$

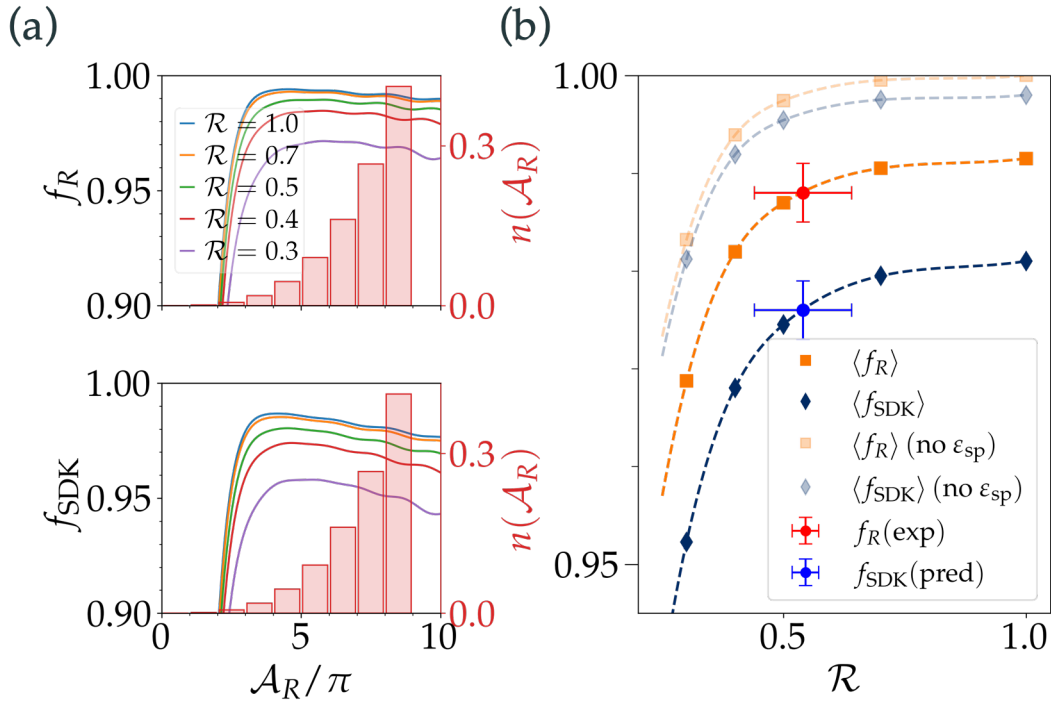


图 4.6: (a) 对于不同的反射率  $\mathcal{R} = |\kappa|^2$ , SDK 的拉曼转移效率  $f_R$  和保真度  $f_{\text{SDK}}$  和拉曼脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  的关系。红棒表示在实验的高斯光照明的情况下, 不同的  $\mathcal{A}_R$  对应的原子数分布  $n(\mathcal{A}_R)$ 。(b)  $n(\mathcal{A}_R)$  加权平均后的  $\langle f_R \rangle$  和  $\langle f_{\text{SDK}} \rangle$  和反射率  $\mathcal{R}$  的关系。其中, 加了误差棒的标定点表示实验中测得的  $f_R$  和借其推断得的  $f_{\text{SDK}}$ 。

最后, 我们注意到对于拉曼 SDK, 单次操作造成的自发辐射对于  $a \rightarrow b$  和  $b \rightarrow a$  过程有一点点不同。鉴于我们考虑的是重复的 SDK 所对应的值并且  $n$  是一个很大的值 ( $n_{\text{max}} = 25$ ), 我们可以等效地将这两个相反过程的自发辐射量设为相同的值  $\epsilon_{\text{sp}}$ 。

我们通过将图 4.5 中  $p_n$  和  $\rho_{aa,n}$  的实验测量值与上述的唯象模型模型进行了拟合。这一模型预测每次 SDK 的动量增量将会以指数的形式减少, 即当  $f_R \approx 1$  时,  $|p_{n+1} - p_n|/\hbar k_R = |\rho_{aa,n+1} - \rho_{aa,n}| = f_R(2f_R - 1)^n$ 。从图 4.5a,b 中, 我们估算出  $\tilde{U}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}(-\mathbf{k}_R)$  效率  $f_R \approx 98.8\%$ , 略低于在完美反射条件 (反射系数  $\kappa = 1$ ) 实验数值模拟得到的在自发辐射限制下 SDK 的效率  $f_R \approx 99.2\%$ 。

### 反射光光学损失对控制的影响

我们简单地将实验得到的  $f_R$  略低于理论值归因于不完美的原路返回光路, 进而导致  $\mathcal{E}_{1,2}$  在强度上的不平衡。为了探究这一因素对最终  $f_{\text{SDK}}, f_R$  的影响, 我们数值上对不同的  $\mathcal{R} = |\kappa|^2$  在不同的拉曼脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  下进行了全能级半经典的模拟, 并计算了对应的拉曼转移效率  $f_R$  和保真度  $f_{\text{SDK}}$ , 其结果如图 4.6 (a) 所示。由于实验中我们使用的是不同塞曼子能级的混合态, 故这一结果对于不同的  $m$  进行了平均。同时, 我们还画出了不同  $\mathcal{A}_R$  所对应的原子数比例, 这一比例由单光子拉比频率的估计以及实验中测得的原子云特征半径和控制光腰宽计算得到。我们利用这一比例得到加权平均后的  $\langle f_R \rangle$  和  $\langle f_{\text{SDK}} \rangle$  随反射率  $\mathcal{R}$  变化的曲线。其中, 带误差棒的红点表示实验测得的拉曼效率  $f_R \approx 98.8\%$ , 可借此推得反射光路的反射率  $\mathcal{R} \sim 55(5)\%$ , 这一值与我们利用光频移测量光强从而得到的结果基本一致。

这一数值模拟表明当  $\mathcal{E}_{1,2}$  在强度上不平衡时, 会更容易导致自旋泄露和自发辐射的产生, 从而导致  $f_R$  的减少。考虑到本文中的  $R \approx 0.5$ , 并且在  $f_R$  数值匹配的情况下, 可分别估算出  $\varepsilon_{\text{leak}} \approx 2.5\%$ ,  $\varepsilon_{\Delta m} \approx 0.5\%$ ,  $\varepsilon_{\text{sp}} \approx 2\%$ 。因此, 我们通过综合分析后推断出本工作中绝热 SDK 实验的保真度  $f_{\text{SDK}} = 97.6(3)\%$ , 略低于理想条件下仅考虑自发辐射限制时, 绝热 SDK 操作的保真度  $f_{\text{SDK}} \approx 98\%$ 。理论上通过增加  $\Delta$ , 抑制自发辐射和  $\Delta m$  的泄露, 可以进一步提高保真度。值得注意的是, 虽然非理想的原路返回光路在这里只是轻微地减少  $f_{\text{SDK}}$ , 但是正如 4.2 节所讨论的, 这个微小的误差会使得在相同 ARP 脉冲的连续作用下,  $\mathbf{k}_R \leftrightarrow -\mathbf{k}_R$  交换过程引起的动态相位  $\varphi_D$  无法被抵消, 该问题将在下面两节中进一步讨论。

## 4.4 基于 Ramsey 干涉的双次绝热 SDK 测量

上一节我们通过对单次绝热 SDK 的拉曼转移效率的测量并结合数值模型推测得到了单次 SDK 的保真度。本节我们将考量式 (4.13) 所描述的双次 SDK 对几何控制的效率。受限于 OAWG 输出的峰值功率、控制光的腰宽以及原子的温度等, 我们暂时无法在原子自由飞行足够时间后再施加控制, 故无法直接运行 2.2.3 节中的原子干涉仪进而测量物质波分量之间的相位 (详见 3.6 节); 但另一方面, 我们可以通过 Ramsey 内态干涉考察双次 SDK 对原子内态相位的影响。所谓 Ramsey 干涉, 是通过原子施加两个  $\pi/2$  控制, 并通过测量原子的布居数分布得到对应的两个  $\pi/2$  控制之间的等效相位<sup>[21]</sup>。这一相位可以来自于两个  $\pi/2$  之间的原子演化, 也可以来自于两个  $\pi/2$  控制所对应的转轴之间的相对相位。通过经典的 Ramsey 内态干涉, 我们在本节将论证双次 SDK 对原子内

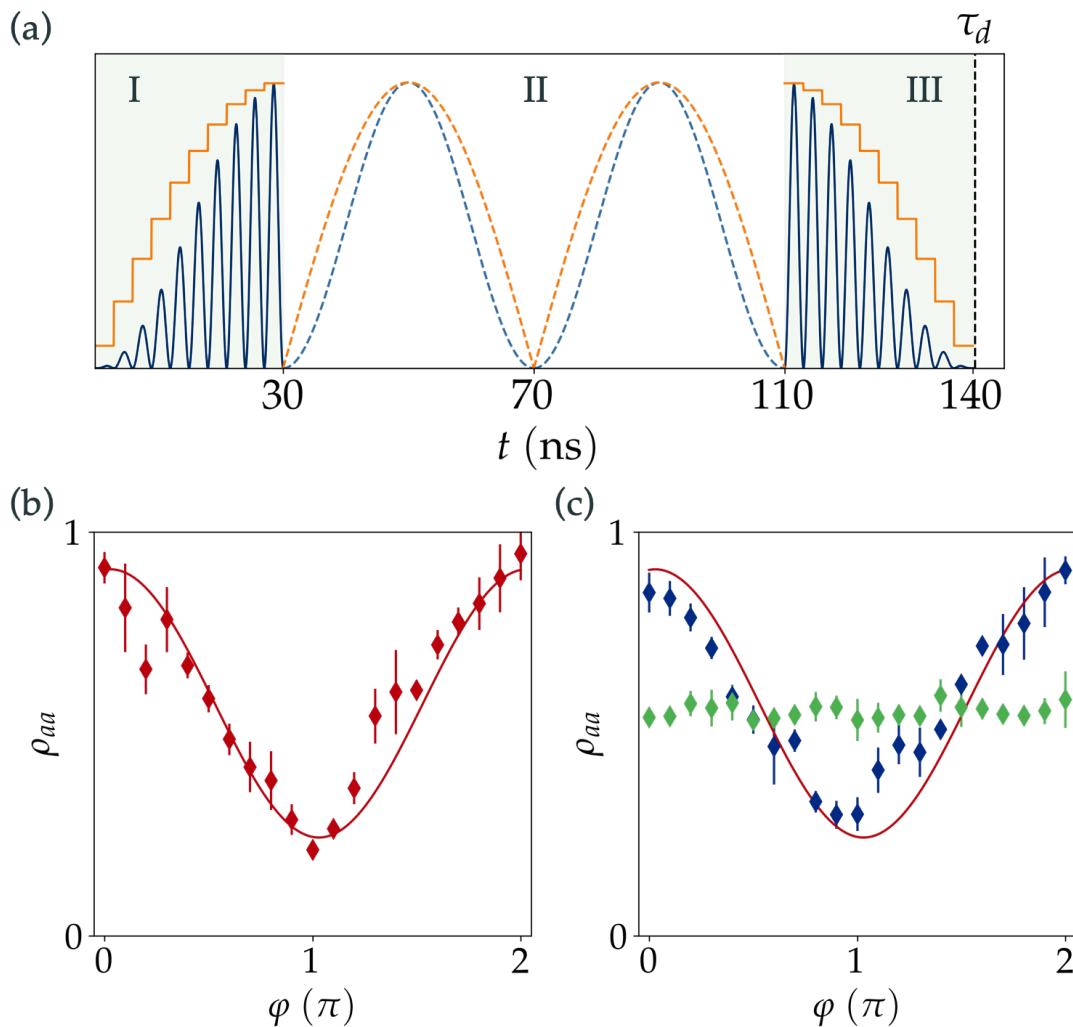


图 4.7: (a) Ramsey 干涉脉冲序列示意图。其中 I 和 III 对应 Ramsey 干涉中的两个  $\pi/2$  操作，而 II 中则表示可以额外插入完整的两个 40 ns 绝热 SDK 操作。(b) 当不插入绝热 SDK 时，Ramsey 干涉图样，其中菱形点为实验测得的数据点，而实线则为数值模拟的结果。(c) 当插入绝热 SDK 时，Ramsey 干涉图样，实线与 (b) 中相同；蓝色菱形点表示插入两个全同的拉曼啁啾脉冲，其线性几乎与没有插入两个脉冲的 Ramsey 条纹一致，证明其是保真度很高的双次 SDK；而绿色菱形点则表示第二个脉冲参数相同，但反转了  $\mathcal{E}_{1,2}$  的打入顺序从而实现了  $\mathbf{k}_R \leftrightarrow -\mathbf{k}_R$ ，而由于反射光光学损失的存在使得这两个啁啾脉冲无法抵消彼此的动态相位，故几乎不存在衬比度。

态操控的高保真度。

#### 4.4.1 用于 Ramsey 干涉的分段绝热 SDK

为了实现  $\pi/2$  操作，我们可以简单地将实现布居数翻转操作的单次绝热 SDK 分成两半，作为 Ramsey 干涉的两部分。由于绝热 SDK 中心处等效拉比频率强度最大，故为了避免分裂的单个操作在关闭或者打开时引入额外的转动，故我们采用分段版本的绝热快速通道<sup>[22]</sup>。正如在章节 2.2.5 节对组合脉冲的讨论，一个任意波形脉冲所实现的连续过程，总可以分解成若干个相位恒定的子脉冲。对于绝热快速通道，我们同样将式 (4.11) 描述的啁啾脉冲的连续相位变化分割成分立的  $N$  份，而对于每一份子脉冲，其强度均经历由打开到极大再到关闭的过程，如图 4.7 (a) 中 I、III 所示，故我们很容易地可以将单个绝热翻转过程分成两部分。在实验上我们发现，当  $N \sim 20$  时，其表现出的绝热性仍然能与连续绝热快速通道基本保持一致（拉曼转移效率差别  $< 0.5\%$ ）。

如图 4.7 (a) 所示，我们将一个  $N = 20$  的分段啁啾脉冲分成 I 和 III 两部分，其振幅  $C_R(t)$  和相位  $\varphi(t)$  分别见蓝色和橙色实线。我们对于第 III 部分的脉冲在后半段的分段啁啾脉冲的基础上增加一个偏移相位  $\varphi$  作为 Ramsey 干涉的相位。通过扫描这一相位，我们得到 Ramsey 干涉条纹如图 4.7 (b) 所示。可以看到，这一条纹的衬比度  $\mathcal{C} < 1$ ：一方面这是由于我们使用的是总时长为 60 ns 的分段啁啾脉冲，等效于 30 ns 的连续啁啾脉冲，离我们实验的最佳脉冲面积还有一段距离，故容错翻转效率不是特别高 ( $f_R \sim 95\%$ )，可以见  $\varphi = 0, 2\pi$  所对应的  $\rho_{aa}$ ；另一方面，则是由于将一个快速绝热过程分成一半，本身不是一个绝热的  $\pi/2$  操作。值得注意的是，在我们的实验设置下，我们即使将脉冲的相位扫描改成绝热  $\pi/2$  所对应的相位扫描<sup>[23]</sup>，由于拉曼跃迁中相对光频移的存在，仍然会使得实际操作偏离预期。鉴于我们只是将这一条纹作为双次 SDK 操作的 Ramsey 条纹的参考基准，故在这里我们并不追求单个  $\pi/2$  操作的保真度和动态相位消除。图中的实线是利用实验参数对该 Ramsey 干涉条纹的数值模拟，其与图 4.6 类似，考虑了对原子样品感受到控制场强度分布（见图 4.3）进行了高斯平均。

#### 4.4.2 双次 SDK 操作的相位

如图 4.7 (a) 中 II 的虚线所示，在上一小节的“最简易” Ramsey 干涉的基础上，我们在两个 Ramsey 脉冲之间插入一对双次 SDK 控制：其中，对于单个 SDK 脉冲，其时长  $\tau_c = 40$  ns，频率扫描振幅  $\delta_{\text{swp}} = 2\pi \times 150$  MHz，和章

节 4.3 中的最优参数一致；而对于双次 SDK，我们选择 A 和 B 两种构型，分别对应

$$\tilde{U}_A = \tilde{U}(\mathbf{k}_R)\tilde{U}(\mathbf{k}_R), \quad \tilde{U}_B = \tilde{U}(-\mathbf{k}_R)\tilde{U}(\mathbf{k}_R) \quad (4.26)$$

其中  $U_B$  对应式 (4.2.2) 几何相位门；而  $U_A$  则对应单纯的内态两次翻转，其对外态的反冲动量为 0。当不考虑对物质波外态的操控时，在二能级模型中这两种 SDK 按照预期应该对内态的影响一致。在实验中，对于不同的偏置相位  $\varphi$ ，我们测得 A 和 B 的 Ramsey 条纹分别对应图 4.7 (c) 中蓝色和绿色的菱形点；而红线为不施加双次 SDK 时基础 Ramsey 干涉条纹的理论预期，与 (b) 中的红线完全一致，用以比较。

我们可以看到对于构型 A，其条纹与没有施加双次 SDK 的 Ramsey 条纹基本吻合，可以证明这一构型下，双次 SDK 对原子内态是一个同一 (identity) 操作，没有额外的动态相位。而对于构型 B，其条纹则几乎完全失去了衬比度，这是由于在我们光学延迟线的实验设置中，对于  $\tilde{U}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}(-\mathbf{k}_R)$  这一交换  $\pm\mathbf{k}_R$  的行为，由于存在光学损失使得两次 SDK 的衍射相位无法互相抵消（详见 4.2.2）。这一衍射相位与光强相关，而对于整个物质波原子样品，由于感受到的光强极不均匀（见图 4.3），故平均之后的动态相位几乎完全丧失了衬比度。

另外可以注意到的是，我们整个 Ramsey 干涉都是在  $\tau_d = 140.37 \text{ ns}$  内完成的。这是由于在光学延迟线的构造下，如 3.2 节所论述的，任意的一个拉曼跃迁的脉冲，其对应的偶极跃迁脉冲  $\mathcal{E}_1$  和  $\mathcal{E}_2$  都会两次经过原子样品：其中一次与另一个相对应的脉冲形成拉曼过程；而另一次则会在其拉曼跃迁之前或者之后。对于这些前置或者后置的单向通过的偶极跃迁脉冲来说，由于它们是远失谐的，因此其对于布居数来说唯一的影响只是造成非常微小的由单光子激发引起的自发辐射损失，故对于布居数翻转和动量的转移测量几乎没有影响；然而由于我们单个脉冲的脉冲面积达数个  $\pi$ ，故其会对原子内态写入一个很大的动态相位，影响到拉曼控制本身的相位的测量。故为了避免这一情况对原子样品均匀相干性的破坏，对于相干性敏感的测量比如本节的 Ramsey 干涉，单向通过的脉冲必须出现在所有的拉曼跃迁之前或者之后；换句话说，Ramsey 干涉的所有拉曼过程必须发生在一个光学延迟线长度以内。而正是由于这一长度的限制，使得我们暂时不能在 Ramsey 干涉中插入更多的双次 SDK，进而通过拟合得到准确的双次 SDK 保真度。

在这一小节中，我们利用 Ramsey 干涉证明了对于全同的双次绝热 SDK，其对原子内态的控制是几何的；同时也证明对于不平衡的拉曼跃迁 ( $\Omega_1 \neq \Omega_2$ )，交换  $\pm\mathbf{k}_R$  的双次 SDK 并不能实现内态的几何控制。对于外态而言，不交换  $\pm\mathbf{k}_R$  的全同双次 SDK 会使得动量回到初态，故为了实现二分量物质波控制，SDK 的

脉冲序列中  $\pm \mathbf{k}_R$  必须是交替的，于是在这一情况下仍然保持几何控制就显得尤为重要；另一方面，我们暂时没有考虑式 (4.7) 所代表的微扰项，由于这一自旋泄漏是相干的，因此当我们试图施加大动量的物质波分束的时候，它也会成为阻碍高性能几何控制的重要因素。为了应对上面这两个问题，我们接下来会在理论上给出解决方案，进而论证借助绝热 SDK 可以实现二分量物质波的容错几何控制。

## 4.5 绝热 SDK 应用于二分量物质波的几何控制

在 4.3 节中，我们通过测量单次 SDK 操作的光子动量转移和超精细结构布居的翻转，在实验上拟合了纳秒尺度绝热 SDK 的拉曼转移效率，并借此推测出了单次绝热 SDK 的保真度；同时在上一节中，我们证明了全同双次 SDK 对内态的控制是几何的。一个进一步的问题是，能否利用绝热 SDK 在碱金属原子的超精细流形上实现真正的二分量物质波的容错几何控制。对于控制光子反冲动量或者超精细结构布居的翻转，只要式 (4.8) 中的  $f_{\text{SDK}} \approx 1$  时，就可以实现近乎完美操作。但是当利用 SDK 技术来实现几何控制时，我们需要确保对于定义在  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  子空间的任意一般二分量态  $|\psi_m(\mathbf{r})\rangle = \psi_a(\mathbf{r})|a_m\rangle + \psi_b(\mathbf{r})|b_m\rangle$  来说，在实验上的控制参数  $\eta$  变化的情况下， $\tilde{U}(\mathbf{k}_R, \mathbf{r}; \eta)|\psi_m(\mathbf{r})\rangle$  都和  $U_{\mathbf{K}}(\mathbf{k}_R)|\psi_m(\mathbf{r})\rangle$  匹配得很好。不巧的是，正如我们在 4.2 节中所讨论的那样，绝热的 SDK 在对二分量物质波操作过程中会伴随衍射相位，其中包含和光强相关的动态相位  $\varphi_D$ ，它会破坏我们控制的几何性，且会在光强不均匀时引入非全局的相位影响物质波的空间相干性。为了解决动态相位的问题，我们之前引入了双次 SDK 的概念，在二能级模型中，通过成对的  $U_{\mathbf{K}}(\mathbf{k}_R)$  和  $U_{\mathbf{K}}(-\mathbf{k}_R)$  操作来抵消彼此的动态相位<sup>[3,24]</sup>。然而，一方面，对于基态超精细流形，当存在  $2F_b + 1$  个  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  子能级时会导致相干的自旋泄漏 (spin leakage)，如图 4.8 (a) (b) 展示了由于自旋泄漏导致基态的 5 个  $m$ -自旋形成了两套子系统，每套子系统内的各个子自旋并不独立；另一方面，由于反射光光学损失造成的不平衡，使得  $\mathbf{k}_R \leftrightarrow -\mathbf{k}_R$  的动量交换过程引入额外的动态相位（见 4.4 节）。上述两种情况都会造成常规的双次 SDK 的几何控制失效。

对于这些问题，我们将会通过多个啁啾脉冲组成的组合控制来应对。在这里，我们先给出正反啁啾的概念。对于 ARP 脉冲某个固定的扫描频率幅度  $\delta_{\text{swp}}$ ，我们有从正频往负频和从负频往正频扫两个方向 (up, down)，即

$$\begin{cases} \delta_{R,u}^b(t) = \delta_{\text{swp}} \cos(\pi t / \tau_c) \\ \delta_{R,d}^b(t) = -\delta_{\text{swp}} \cos(\pi t / \tau_c) \end{cases} \quad (4.27)$$



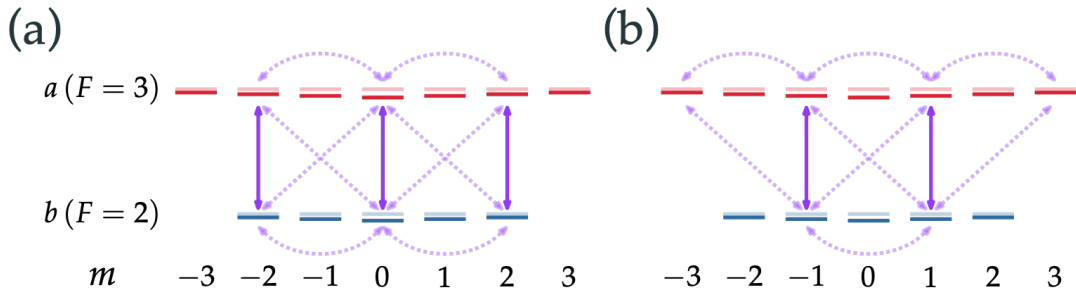


图 4.8:  $^{85}\text{Rb}$  D1 基态基态之间的拉曼耦合:  $\Delta m = 0$  和  $\Delta m = \pm 2$  的耦合将 5 个  $m$ -自旋分成了  $m = -2, 0, 2$  和  $m = -1, 1$  两套彼此孤立的子系统, 每个子系统内各个  $m$ -自旋的两个分量存在极强的  $\Delta m = 0$ , 而  $m$ -自旋之间存在相对较弱的自旋泄漏微扰。

它们所对应的绝热快速通道过程的演化子分别记为  $U_u$  和  $U_d$ 。对于单个脉冲,  $U_u$  和  $U_d$  对于初态  $|a\rangle$  在 Bloch 球上的轨迹见图 4.9, 其操控的绝热性和保真度几乎一致, 但是其在超精细流形中积累的动态相位, 特别是不同  $m$ -自旋之间的动态相位不一致。借助它们的组合, 我们提出  $n = 4N$  的啁啾交替的 SDK 脉冲序列定义如下

$$\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R) = \tilde{U}_u(-\mathbf{k}_R)\tilde{U}_d(\mathbf{k}_R)\tilde{U}_d(-\mathbf{k}_R)\tilde{U}_u(\mathbf{k}_R) \quad (4.28)$$

其在拉曼系统中的实现所需的  $\mathcal{E}_{1,2}$  波形如图 4.9 (b) 所示。在后续章节中, 我们会论证这一脉冲序列可以有效地消除  $\Delta m = \pm 2$  拉曼耦合引起的泄露, 同时还可以有效地抑制在实现公式 (4.13) 中的相位门  $\tilde{U}_K^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  操作中由于反射光光学损失带来的额外的动态相位。

在这里, 我还想额外指出的是, 在近似二能级系统中控制自旋泄露是量子控制理论中的一个重要问题<sup>[25-27]</sup>。之前的研究通常是在相互作用矩阵中引入一个 Morris-Shore 变换, 将多阶的动力学演化过程进行分解<sup>[28]</sup>。然而, 如图 4.1 (c) 和图 4.8 (a) (b) 所示, 这里的自旋泄露是通过由多个拉曼耦合组成的多个路径相干驱动的, 这使得这一过程不能简单地用一个变换描述, 也不能直接应用其它抑制自旋泄露的方法<sup>[25-27]</sup>。

#### 4.5.1 双次 SDK 的量子门保真度

为了能够地量化我们物质波几何控制的性能, 我们需要考虑 2.2.4 节中给出的物质波量子门保真度。对于这里双次 SDK 操作  $\tilde{U}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  所对应的几何相位

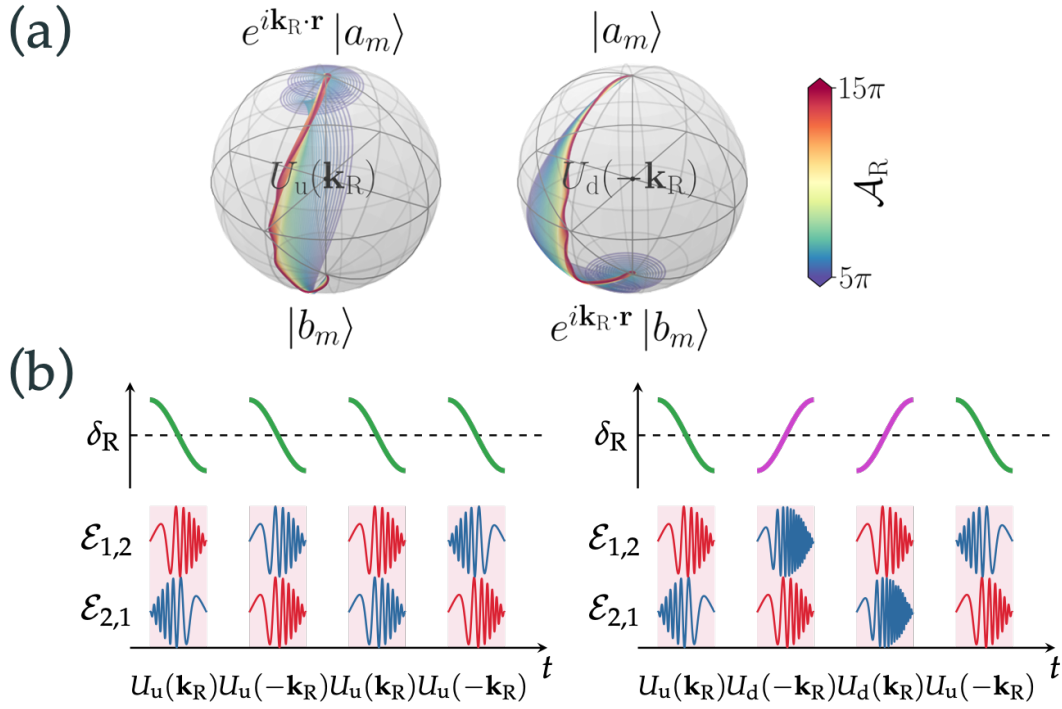


图 4.9: (a) 初态为  $|a\rangle$  的原子在不同的脉冲面积下（通过改变光强实现）经历正反啁啾  $U_u$  和  $U_d$  在 Bloch 球上的轨迹。(b) 在拉曼系统中实现  $U_{uuuu}$  和  $U_{uddu}$  的  $\mathcal{E}_{1,2}$  的波形以及其对应的双光子含时变化曲线。

门，其对应的平均量子门保真度的表达式为

$$\mathcal{F}_m^{(2N)} = \left| \langle \psi_{m,j} | U_K^{(2N)\dagger}(\mathbf{k}_R) \tilde{U}^{(2N)}(\mathbf{k}_R; \eta) | \psi_{m,j} \rangle \right|_{\eta,j}^2 \quad (4.29)$$

这一计算采样了所关心的  $m$ -子空间内的初态  $|\psi_{m,j}\rangle$ ，包含有 6 个本征态  $\sigma_{x,y,z}^{(m)}$ ，分别为  $\{|\psi_{m,j}\rangle\} = \{|b_m\rangle, |a_m\rangle, (|b_m\rangle \pm |a_m\rangle)/\sqrt{2}, (|b_m\rangle \pm i|a_m\rangle)/\sqrt{2}\}$ 。

同时，为了简化后续的讨论，与式 (4.9) 一样，我们定义一个平均的  $\Delta m$  泄露几率为

$$\varepsilon_{m,\Delta m}^{(n)} = 1 - \left\langle \langle \tilde{\psi}_{m,j}^{(n)} | \mathbb{1}^{(m)} | \tilde{\psi}_{m,j}^{(n)} \rangle \right\rangle_{\eta,j} \quad (4.30)$$

这里的  $|\tilde{\psi}_{m,j}^{(n)}\rangle = \tilde{U}^{(n)}(\mathbf{k}_R; \eta) |\psi_{m,j}\rangle$  是原子在非理想操作下最终的量子态。为了排除自发辐射的影响，我们在计算  $\Delta m$  的泄露之前对波函数作归一化，有  $\langle \tilde{\psi}_{m,j}^{(n)} | \tilde{\psi}_{m,j}^{(n)} \rangle = 1$ 。与上式类似，这里  $\Delta m$  的泄露几率也是针对我们关心的  $m$ -子能级 ( $m$ -自旋) 而言。类似式 (4.8) 和式 (4.9)，这里我们仍然预期  $\mathcal{F}_m^{(n)} \leq 1 - \varepsilon_{m,\Delta m}^{(n)}$ ，因为任何的自旋泄露都会直接导致门操作保真度的降低。

当  $\omega_{\text{hfs},g} \gg 1/\tau_c$  和  $\delta_{\text{swp}}$  时，式 (4.2) 中的反旋转波项对于绝热 SDK 中的自旋动力学几乎没有影响，相应地我们发现  $\mathcal{F}_m^{(2N)}$  和  $\varepsilon_{m,\Delta m}^{(n)}$  均与原子在  $\mathbf{k}_R$  方

向的位置  $z$  几乎无关。因此这里在量化相位门的保真度和自旋泄露时，我们在取数值平均时简单地将  $z$  囊括进哈密顿量的  $\eta$  参数中。

### 4.5.2 非理想双次 SDK 的自旋泄露

与式 (4.13) 中理想双次 SDK 操作的定义一致，我们定义基于正反啁啾脉冲  $\tilde{U}_u(\pm\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_d(\pm\mathbf{k}_R)$  的非理想的双次 SDK 操作为  $\tilde{U}_{uu}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{dd}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$ 。我们数值计算了一个初态在子能级  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$  中的原子，在经历非理想的双次 SDK 操作  $\tilde{U}_{uu}^{(n)}(\mathbf{k}_R)$  后， $\Delta m$  泄露的几率以及相位门操作的保真度  $\mathcal{F}_m^{(n)}$ 。数值模拟中哈密顿量的相关参数均来自于 4.3 节里给出的  $^{85}\text{Rb}$  D1 线绝热 SDK 实验中的直接设置和测量或者推算（特别地  $\delta_{\text{swp}} = 2\pi \times 150 \text{ MHz}$ ）。在这里，为了专注于相干控制中自旋泄露的动力学，我们暂时不考虑反射光光学损失和自发辐射导致的失相，令反射系数  $\kappa = 1$ ，同时  $\Gamma_e = 0$ 。为了理解激光强度对相干控制的作用，我们在按比例扫描激光强度的同时重复了之前的模拟，横轴为参数化后的拉曼脉冲作用区域  $\mathcal{A}_R$ 。典型的  $^{85}\text{Rb}$  模拟结果如图 4.10 (b-d,i) 和图 4.11 (a-c,i) 所示。

我们首先来看图 4.10 (a,i)，该图表示在  $\mathcal{A}_R = 9\pi$  时， $\Delta m$  的泄露几率  $\varepsilon_{m,\Delta m}^{(n)}$  与 SDK 次数  $n$  的函数关系。这里我们可以看出，当  $n = 1$ ， $m = 0, 1$  时微小的泄露  $\varepsilon_{m,\Delta m}^{(n)}$  与实验推断出的单次 SDK 操作的泄露  $\varepsilon_{\Delta m} \approx 0.5\%$  非常接近。然而，随着  $n$  的增加， $\varepsilon_{\Delta m}^{(n)}$  快速增加，仅当  $n \sim 20$  时就趋于 1，即无论原子的初态在哪个子能级  $\{|a_m\rangle, |b_m\rangle\}$ ，最终都会有很大地概率落在不同的  $m$  对应的子能级中。我们还注意到，随着  $n$  的增加，超精细结构中的泄漏会伴随着部分或全部的回归，而这一动力学过程的周期相关参数与具体的激光强度有关。

为了研究激光强度相关的特性，我们分别分析了  $m = 0, 1, 2$  下的  $\Delta m$  的泄露  $\varepsilon_m^{(2N)}$  与 SDK 次数  $n = 4N$  以及脉冲作用区域  $\mathcal{A}_R$  之间的关系，如图 4.10 (b-d,i) 所示（选择  $n = 4N$  是为了与接下来要讨论的交替的啁啾脉冲序列进行比较）。从图 4.10 (b,i) 可以看出，在较宽的脉冲区域  $\mathcal{A}_R$  范围内，即使在  $f_{\text{SDK}}$  接近于 1 时，自旋泄露几率  $\varepsilon_{\Delta m}^{(2N)}$  仍然随着  $n$  以振荡地形式迅速增加，几乎没有光强连续的区域使得  $\varepsilon_{m,\Delta m}^{(2N)} < 0.1$ 。

值得注意的是，尽管大的  $\Delta m$  的泄露几乎不会影响 4.3 节中实验的直接测量量——光子动量转移和超精细能级粒子数的布居，但它们却会限制多个 SDK 操作下的自旋物质波调控的门操作保真度。通过对比图 4.10 (b-d,i) 和图 4.11 (a-c,i)，我们可以看出自旋泄露对相位门操作保真度  $\mathcal{F}_m^{(2N)}$  的影响，在大多数光强下，门操作的失真度  $1 - \mathcal{F}_m^{(2N)}$  非常接近于  $\varepsilon_{m,\Delta m}^{(2N)}$ ，几乎达不到 0.1，除非激光强度太低，以至于根本无法绝热地激发拉曼跃迁 ( $\mathcal{A}_R < 3\pi$ )，我们反而发现

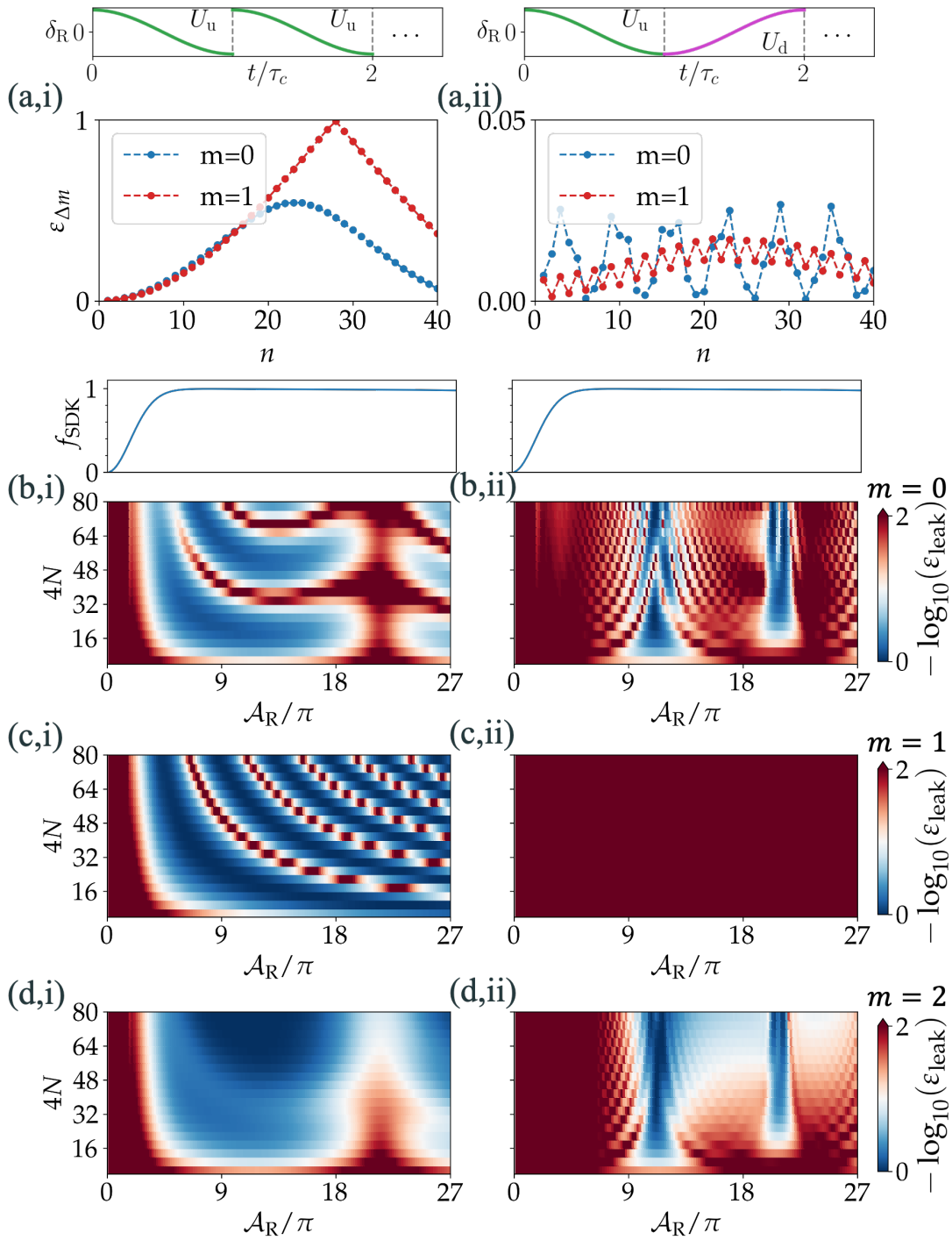


图 4.10:  $\Delta m$  泄漏的动力学数值模拟结果。模拟的参数是根据 4.3 节中设置的。图 (a) 体现了在两种操作下  $\tilde{U}_{\text{uu}}^{(2N)}(\mathbf{k})$  (左图),  $\tilde{U}_{\text{ud}}^{(2N)}(\mathbf{k})$  (右图) 自旋泄露几率  $\epsilon_{m,\Delta m}^{(2n)}$  与脉冲次数  $2N$  的关系, 其中  $A_R = 9\pi$ 。图 (b-d) 分别表示当  $m = 0, 1, 2$  时, 两种不同操作  $\tilde{U}_{\text{uu}}^{(2N)}(\mathbf{k})$  (左图),  $\tilde{U}_{\text{ud}}^{(2N)}(\mathbf{k})$  (右图) 下  $\Delta m$  泄露和脉冲次数  $2N$  以及脉冲作用面积  $A_R$  的关系。相应的  $f_{\text{SDK}}$  的值展示在 (b-d) 顶端。对应的脉冲序列双光子失谐随时间变化的曲线画在图的上方。

$\mathcal{F}_m^{(2N)} \approx 0.5$ , 与预期一致。

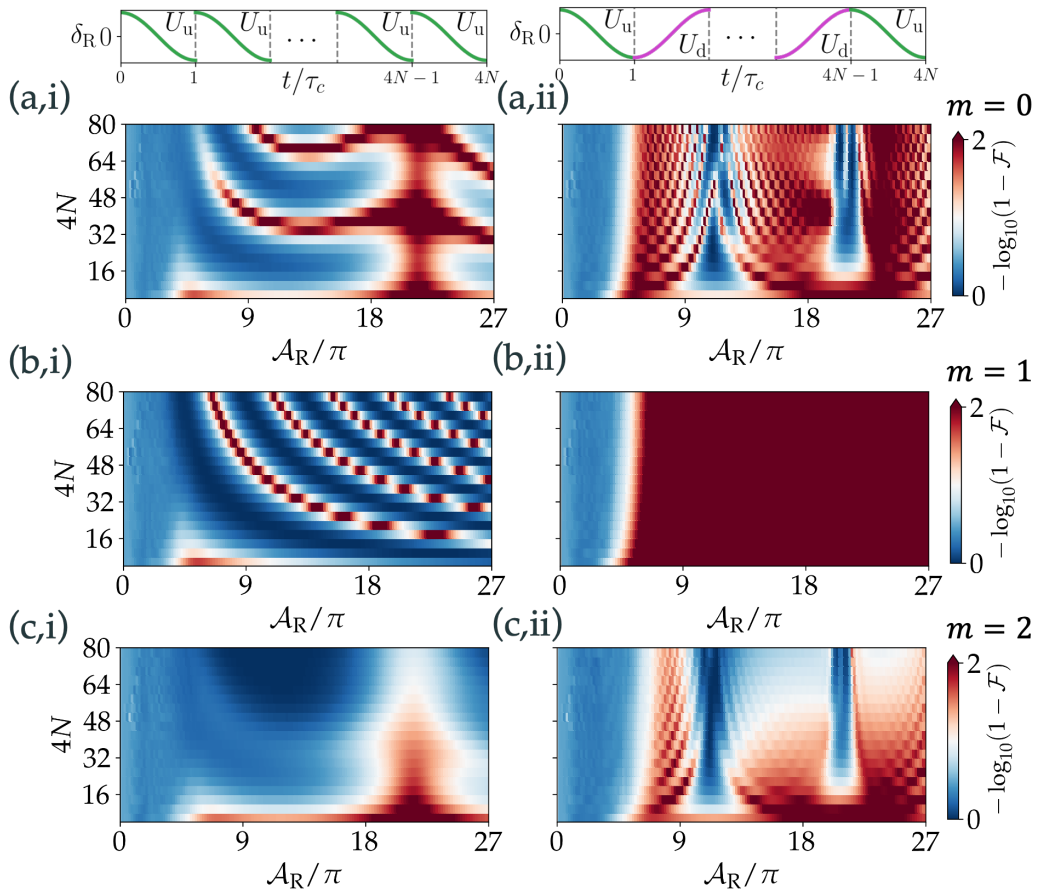


图 4.11: 在  $\tilde{U}_{uu}^{(4N)}$  (左图) 和  $\tilde{U}_{uddu}^{(4N)}$  (右图) 两种操作下相位门失真度  $1 - \mathcal{F}$  的数值计算结果, 以便于和图 4.10 (b-d) 进行比较。这里 (a,b,c) 分别表示初态在  $m = 0, 1, 2$  上的原子在组合 SDKs 操作下的模拟结果。相应的  $f_{\text{SDK}}$  的值展示在 (a-c) 顶端。对应的脉冲序列双光子失谐随时间变化的曲线画在图的上方。

### 4.5.3 交替啁啾脉冲序列

显然, 在利用绝热 SDK 技术对自旋物质波进行相干操作之前, 我们首先需要抑制图 4.10 (b-d,i) 中由于  $\Delta m$  泄漏引起的误差的相干积累。传统的抑制方法是施加一个适度的磁场来标量子化轴, 同时打开不同  $m$ -子能级之间的塞曼简并<sup>[3-4,29]</sup>。此外, 如果利用偏振相同的两束圆偏振光来激发拉曼跃迁,  $\Delta m$  引起的自旋泄漏也会自然地被抑制。这些传统技术尽管在精密测量方面取得了巨大的成功, 但当未来面向逼近速度极限的纳秒 SDK 技术时会遇到挑战。

与通过施加一个量子化轴强磁场来抑制  $\Omega^{\pm 2}$  不同的是，我们找到了一种简单的方法来抑制偏振互相垂直的两束线偏振光激发的拉曼跃迁过程中  $\Delta m$  的泄漏，该过程同时还伴随着  $2N\hbar\mathbf{k}_R$  动量的转移。这个方法就是利用成对的  $\tilde{U}_u(-\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_d(\mathbf{k}_R)$  操作，它们具有相同的  $\delta_{\text{swp}}$ ，但方向相反，记为

$$\tilde{U}_{ud}^{(2N)}(\mathbf{k}_R) = \underbrace{\tilde{U}_u(-\mathbf{k}_R)\tilde{U}_d(\mathbf{k}_R)\cdots\tilde{U}_u(-\mathbf{k}_R)\tilde{U}_d(\mathbf{k}_R)}_{2N} \quad (4.31)$$

同样，我们也可以定义相似的抑制自旋泄露时序  $\tilde{U}_{du}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$ ，仅需要交换  $u \leftrightarrow d$  即可。

为了解释为什么  $\Delta m$  泄漏引起的误差积累在一定程度上可以被  $\tilde{U}_{ud}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{du}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  操作抑制，让我们重新回到式 (4.3)，来更好地理解  $\Delta m = \pm 2$  泄漏本身。特别地，我们考虑当原子从初态  $|a_m\rangle$  或者  $|b_m\rangle$  开始，经历一次接近理想的绝热 SDK 控制的过程：即系统在  $U_u$  所对应的哈密顿量  $H_u(\mathbf{r}, t)$  的作用下，经历时间为  $0 < t < \tau_c$  的演化。在这一过程中，我们发现  $\Delta m = \pm 2$  的泄露总是在  $H'$  驱动下，由能量几乎相同的能级之间的非绝热耦合的结果（例如，这里考虑  $m = \pm 1$  的子能级）。我们在图 4.12 (a,b) 中分别画出了两对简并自旋耦合时，考虑相对光频移  $\delta_R^s$  存在时其本征能量在  $U_u$  和  $U_d$  演过程中的变化曲线，可以看到这两个操作是互为时间反演的。于是，在  $\tau_d < t < \tau_d + \tau_c$  时间内，我们翻转第一次 SDK 的含时哈密顿量  $H_d(\mathbf{r}, t) = H_u(\mathbf{r}, \tau_d - t)$ ，这时非绝热耦合的哈密顿量就变号了。如果耦合过程所涉及到的绝热态是高度简并的，那么这种通过将两次操作的哈密顿量符号反号的操作会导致非绝热跃迁的部分互相抵消。在这里，考虑到原子是在两束偏振互相垂直的线偏振拉曼光的缀饰下，4.1 节所讨论的，不同  $m$ -自旋几乎都是简并的，这使得哈密顿量符号反转操作对于抑制不必要的泄漏是有效的。

如图 4.10 (a,ii) 所示，我们通过数值计算给出了啁啾交替脉冲序列  $\tilde{U}_{ud}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  作用下自旋泄露得到抑制的结果，进一步证明了上述的简单的图像。曲线表示当  $m$  分别为 0 和 1 时， $\epsilon_{m,\Delta m}^{(n)}$  与绝热 SDK 操作次数  $n$  的关系。此时与图 4.10 (a,i) 中的  $\tilde{U}_{uu}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  操作情况相比，自旋泄露  $\epsilon_{m,\Delta m}^{(n)}$  的振荡整体上被有效地抑制了。另外与  $m = 1$  的偶数次绝热 SDK 操作中自旋泄露被强烈抑制相比， $m = 0$  时子能级的泄漏抑制似乎存在着一个更复杂的模式，其周期约为 4 到 5，这其中可能蕴含着多个非简并自旋耦合的动力学演化，见图 4.8 (a)。我们还进一步研究了不同  $m$  下，以  $\mathcal{A}_R$  为参数的  $\epsilon^{(n)}$  的通常的动力学。当  $n = 4N$  时，结果如图 4.10 (b-d,ii) 所示，并可与图 4.10 (b-d,i) 进行比较。我们发现当  $m = 1$  时， $\Delta m$  的泄漏几乎被完美地抑制了。而当  $m = 0, 2$  时，虽然随着  $n = 4N$  的增加，自旋泄露仍然在累积，但只是在部分  $\mathcal{A}_R$  区域出现了条纹（如  $\mathcal{A}_R = 12\pi$  和  $\mathcal{A}_R = 24\pi$ ），

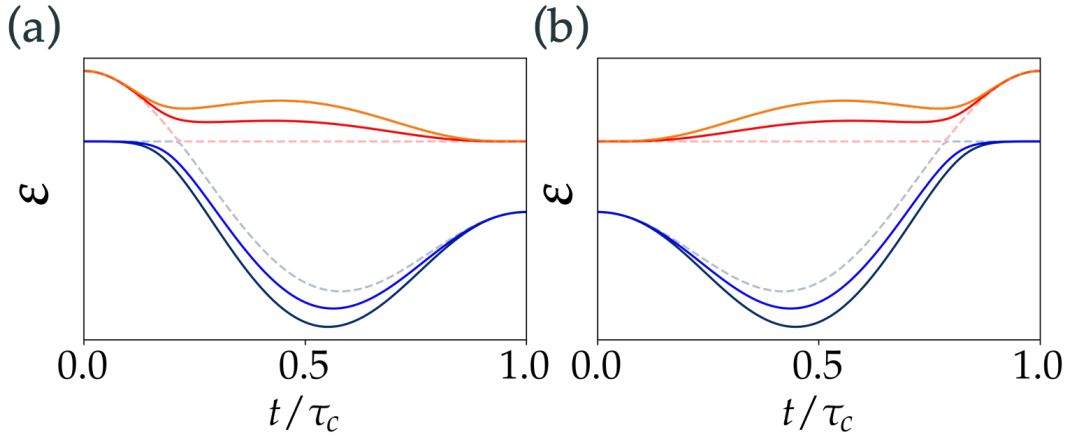


图 4.12: 一对存在自旋泄漏  $\Omega_R^{(\pm 2)}(t) = 0.2C_R(t)$  的全同自旋 (如  $m = \pm 1$ ) 在  $U_u$  和  $U_d$  作用下在缀饰态表象下本征态能量的演化轨迹。这里, 为了考虑更普适的情况, 我们人为地引入了相对光频移  $\delta_R^s(t) = 0.3C_R(t)$ , 可以看到  $U_u$  和  $U_d$  互为时间反演。

而对于大部分的  $\mathcal{A}_R$  来说抑制效果已经相当好了。图 4.10 (b,ii) (d,ii) 所展示的错综复杂的  $\varepsilon_{\Delta m}^{(2N)}$  与  $\mathcal{A}_R$  表明每次 SDK 操作下不同的子能级  $m$  之间产生的动态相位的差异很大, 足以影响到自旋相干泄露的抵消。

对于这些条纹细节背后复杂的多自旋耦合动力学, 我们暂不深究。在这里我们继续使用图 4.10 (b-d,ii) 的数值模拟结果, 利用  $\tilde{U}_{ud}^{(2N)}$  和  $\tilde{U}_{du}^{(2N)}$  序列来实现有效的二分量物质波操控。从之前的分析可以看出, 由非绝热的  $\tilde{U}_u$  操作引入的动态相位可以被接下来的  $\tilde{U}_d$  操作部分抵消, 但绝热跟随的振幅的动态相位不能被同时抵消。为了实现公式 (4.13) 中动态相位的消除, 我们需要把  $\tilde{U}_{ud}^{(2N)}$  和  $\tilde{U}_{du}^{(2N)}$  操作结合起来, 即

$$\tilde{U}_{uddu}^{(4N)}(\mathbf{k}_R) = \tilde{U}_{ud}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)\tilde{U}_{du}^{(2N)}(\mathbf{k}_R) \quad (4.32)$$

这里的想法是让  $\tilde{U}_{du}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{ud}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  带来的动态相位互相抵消。

我们利用组合的  $\tilde{U}_{uddu}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  脉冲序列计算了公式 (4.13) 中定义的  $U_K^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  量子门操作的平均保真度。当哈密顿量的参数与图 4.11 (a-c,i) 相同时, 保真度  $\mathcal{F}^{(4N)}$  的结果如图 4.11 (a-c,ii) 所示。与图 4.11 (a-c,i) 类似, 这里  $\tilde{U}_{uddu}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  操作的失真度  $1 - \mathcal{F}^{(4N)}$  与  $\tilde{U}_{ud}^{(4N)}$  操作的自旋泄漏率  $\varepsilon^{(4N)}$  有着密切的关系, 因此该方法对于  $m = \pm 1$  的自旋所对应的量子门操作的保真度提高最为显著。而对于  $m = 0, \pm 2$  的子系统, 我们也成功实现了对于即使操作次数  $4N$  增加到 80, 也能使得保真度  $\mathcal{F}_m^{(4N)} > 95\%$  的量子门操作。

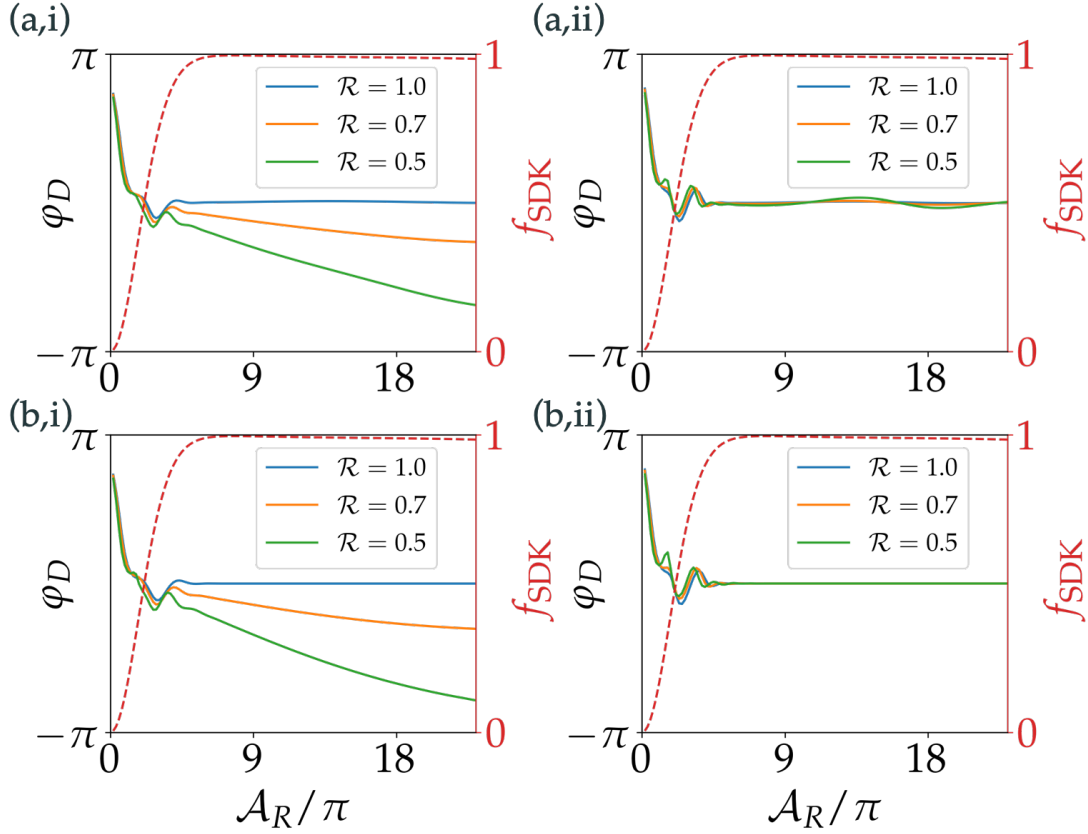


图 4.13: 不平衡的拉曼跃迁对应的动态相位  $\varphi_D = \varphi_{D,m}^{(4)}$  和脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  的关系:  $m = 0$  和  $m = 1$  分别对应 (a) 和 (b);  $\tilde{U}_{\text{uu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  分别对应 (i) 和 (ii)。每一幅图均计算了不同的反射率  $\mathcal{R}$ ; 而红色虚线则标定了不同脉冲面积对应的单次绝热 SDK 保真度  $f_{\text{SDK}}$ 。

最后, 相当有意思的一点是, 对于近似完美的 SDK 操作  $f_{\text{SDK}} \approx 1$ , 量子门操作的保真度  $1 - \mathcal{F}^{(4N)}$  几乎仅受到自旋泄漏  $\varepsilon^{(4N)}$  的限制。这一现象可以从图 4.10 和图 4.11 中  $\varepsilon^{(4N)}$  和  $1 - \mathcal{F}^{(4N)}$  数值上的一致性所展示出来。造成这一现象的原因是不论我们的时序是  $\tilde{U}_{\text{uu}}^{(4N)}$  还是  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}$ , 只要  $\pm \mathbf{k}_R$  交换的操作是完美的, 动态相位就能够抵消。这一过程的细节我们将在下一小节中详细讨论。

#### 4.5.4 动态相位的鲁棒消除

图 4.11 中数值计算的结果表明, 通过将  $\tilde{U}_{\text{ud}}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{\text{du}}^{(2N)}(\mathbf{k}_R)$  操作组合成公式 (4.32) 中的  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$ , 可以实现精确地抵消动态相位。事实上, 我们发现交替的啁啾脉冲序列  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  在动态相位的消除上比公式 (4.13) 中标准的双次 SDK  $\tilde{U}_{\text{uu}}^{(2N)}$  或  $\tilde{U}_{\text{dd}}^{(2N)}$  操作具有更好的鲁棒性。



正如 4.2 节中提到的那样，标准的抵消动态相位的方法<sup>[4]</sup>需要保证在连续的  $U_{\mathbf{K}}(\mathbf{k}_R)$  和  $U_{\mathbf{K}}(-\mathbf{k}_R)$  操作过程中，动量的翻转操作 ( $\mathbf{k}_R \leftrightarrow -\mathbf{k}_R$ ) 是完美的。然而事实上， $k$  向量的交换通常伴随着  $\mathbf{E}_{1,2}$  强度比值的变化。例如在图 3.2 中原路返回的光路中，由于非理想反射的反射系数  $\kappa < 1$ ，所以反射光的强度会减小，而这会破坏如式 (4.13) 所示的双次 SDK 操作中  $\tilde{U}(\pm\mathbf{k}_R)$  的平衡，从而影响对应的动态相位  $\varphi_D$  的抵消。这种现象普遍存在于原路返回的光路设计中，因为双光子频移  $\delta_R^s$  对光强的比值是敏感的<sup>[14,30]</sup>。

与此相反的是，在  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  序列中，我们预期脉冲序列中任意的  $\tilde{U}_{\text{du}}^{(2)}(\mathbf{k}_R)$  脉冲对产生的动态相位都会被后续的  $\tilde{U}_{\text{ud}}^{(2)}(\mathbf{k}_R)$  脉冲对抵消。在绝热极限下，这一抵消过程是可以保证的，因为对于初态在任意某个二能级自旋的自由原子，啁啾频率幅度  $\delta_{\text{swp}}$  的符号规定了绝热过程的路径<sup>[13]</sup>，从而决定了绝热极限下动态相位的符号。

为了演示动态相位抵消的鲁棒性，我们比较了  $\tilde{U}_{\text{uu}}^{(4)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4)}(\mathbf{k}_R)$  两种不同操作下的如式 (4.14) 的动态相位  $\varphi_D$ ，以原子初态在  $m = 0, 1$  为例，结果如图 4.13 所示。我们可以看出，即使是较差的反射率  $\mathcal{R} = |\kappa|^2 = 0.5$ ，其对  $f_{\text{SDK}}$  几乎没有影响，图中所有的  $f_{\text{SDK}}$  值都几乎是一致的，且维持在很高的值。另一方面，我们可以看到，与图 4.13 (a-b,i) 中只有当  $\mathcal{R} \approx 1$  时才能精确抑制  $\varphi_D$  (蓝线) 相比，在图 4.13 (a-b,ii) 中，即使实验的反射率  $\mathcal{R} = 0.5$ ，只要  $f_{\text{SDK}} \approx 1$ ，那么动态相位  $\varphi_D$  也可以被极大地抑制。需要注意的是，图 4.13 (a,ii) 中在  $\mathcal{A}_R \approx 12\pi$  附近的剩余动态相位  $\varphi_D$  的变化源自于  $m = 0, \pm 2$  的相干自旋泄漏，见图 4.10 (b,d)。对于初态在  $m = 1$  上的原子，如图 4.13 (b,ii)，即使在  $\mathcal{R} = 0.5$  时，动态相位仍可以被完美地抵消。

## 4.6 绝热 SDK 应用于原子干涉仪

上一节中，我们已经证明了式 (4.13) 对应的双次 SDK 操作  $U_{\mathbf{K}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  作为瞬态相位门，可以通过交替的啁啾脉冲序列  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  来高保真地实现二分量物质波的局域相位操控及自旋相关动量传递。伴随这一过程，我们可以实现在纳秒时间尺度，对超精细二分量物质波的任意  $|a_m\rangle, |b_m\rangle$  分量实现  $\pm 4N\hbar\mathbf{k}_R$  的动量相干转移。对于 4.3 节中的实验控制参数，我们的数值结果已经证明这一操作对物质波的控制具有极高的保真度，并且有效地抑制了相干自旋泄漏和非均一的动态相位。进一步，通过增加  $\Delta/\Gamma$  和  $\Delta/\omega_{\text{hfs,e}}$ ，以及激光光强  $|\mathcal{E}_{1,2}|^2$ ，该相位门操作的保真度还可以进一步提高，从而达到量子信息处理的要求<sup>[31-33]</sup>。

对于由绝热 SDK 组成的  $\tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\pm\mathbf{k}_R)$  操作所对应的物质波相位门，其在精

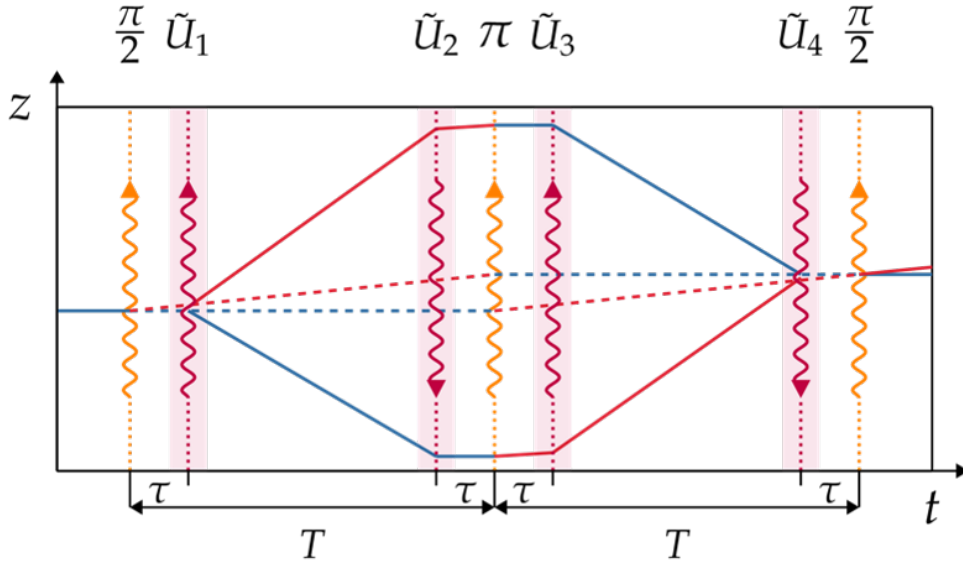


图 4.14: 利用  $\tilde{U}_{\text{uddu}}(\pm\mathbf{k}_R)$  的绝热 SDK 脉冲序列扩增 Mach-Zehnder 构型原子干涉仪的包围面积。其中虚线表示普通三脉冲 Mach-Zehnder 干涉路径，物质波中心经历三次拉曼控制  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  在时间  $t = 2T$  处合束，包围面积为  $A_0 = v_R T^2$ ；而实线表示插入了四组包围面积增强的脉冲序列之后的干涉路径，它们作用的时间分别为  $\tau$ ,  $T - \tau$ ,  $T + \tau$ ,  $2T - \tau$ ，对应的演化算符为  $\tilde{U}_{1,3} = \tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  和  $\tilde{U}_{2,4} = \tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(-\mathbf{k}_R)$ ，如此其也同样在  $t = 2T$  处实现合束。我们考虑  $\tau \ll T$ ，其对应的包围面积增强为  $A = (2 \times 4N + 1)A_0$ 。

密测量中的一个重大的实际应用即是插入 2.2.3 节中所介绍的光脉冲原子干涉仪中来增大干涉仪的包围面积  $A$  [3-4,34]。如图 4.14 (a) 所示，我们在图 2.8 (a) 的三脉冲 Mach-Zehnder 干涉仪的基础上插入四组脉冲以增强  $A$  进而提升干涉仪的灵敏度。

特别地，我们考虑图 4.14 中用实线标记的二分量物质波衍射路径：在  $t = \tau$  时，我们首先通过一个  $\tilde{U}_1 = \tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(\mathbf{k}_R)$  的 SDK 操作序列，将两条干涉路径的动量增量从虚线路径的  $\Delta\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_R$  增强到了  $\Delta\mathbf{p} = (2 \times 4N + 1)\hbar\mathbf{k}_R$ 。然后在  $\pi$  操作前，即  $t = T - \tau$  时，将增强后的  $\Delta\mathbf{p}$  通过一个相反的  $\tilde{U}_2 = \tilde{U}_{\text{uddu}}^{(4N)}(-\mathbf{k}_R)$  操作下回到初始的  $\Delta\mathbf{p}$ 。为了确保在  $t = 2T$  时两束干涉路径能够在空间上重叠，我们分别在  $\pi$  操作后 ( $t = T + \tau$ ) 以及  $\pi/2$  操作前 ( $t = 2T - \tau$ )，相应地额外加入了一组相反的动量增益操作  $\tilde{U}_3$  和  $\tilde{U}_4$ 。通过选择合适的  $\tau/T$  比值，非理想的  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  和  $\tilde{U}_{1,2,3,4}$  操作引入的杂散回路 (spurious loop) 可以被很好

的抑制<sup>[35-36]</sup>。当  $T \gg \tau$  时，增强后包围面积变为  $A = (2 \times 4N + 1)A_0$ ，其中  $A_0 = v_R T^2$  为基本三脉冲干涉仪的包围面积。

为了验证绝热 SDK 对这一增强构型的原子干涉仪的有效性，我们基于 2.1.7 节描述的物质波的实空间波函数对这一过程进行了数值模拟。在数值模拟中，我们假设在  $t = 0$  时，原子的初始状态为  $|c_m\rangle$ ，并在此之后受到 4.14 所示的增强包围面积的原子干涉脉冲序列的作用增强的。在最后一个  $\pi/2$  合束操作之前，原子的输出状态可以表示为  $|\psi_m(\mathbf{r}, 2T^-)\rangle = U_{\text{AI}}|c_m\rangle$ ，其中

$$U_{\text{AI}} = U_f(\tau)\tilde{U}_4 U_f(T - 2\tau)\tilde{U}_3 R'(\pi)\tilde{U}_2 U_f(T - 2\tau)\tilde{U}_1 R'(\pi/2) \quad (4.33)$$

需要注意的是所有的演化算符均与位置  $z$  相关。这里  $U_f(t)$  表示时间  $t$  内物质波的自由传播过程， $R'_1 = U_f(\tau)R_1$  和  $R'_2 = U_f(\tau)R_2 U_f(\tau)$  表示在标准的拉曼操作  $R_j$  和增强脉冲序列  $\tilde{U}_j$  之间的物质波自由传播的过程。通过采样不同位置的演化算符，我们数值计算了  $|\psi_m(z, 2T^-)\rangle$  在  $0 < z < \lambda/2$  范围内的演化。由于我们这里主要考虑绝热 SDK 的影响，故我们分别设置分合束和重定向脉冲为理想的  $\pi/2$  和  $\pi$  脉冲。对于理想的操作来说，为了进一步简化模型，我们令  $\mathbf{k}_R = 0$ ，然后数值上计算一个初态没有极化的物质波在最后的合束操作之前的超精细能级 Pauli 分量的期待值  $\langle \Sigma_j \rangle = \langle \psi_m(z, 2T^-) | \Sigma_j | \psi_m(z, 2T^-) \rangle_{z,m}$ ，其中  $j = x, y, z$ 。这里的  $\Sigma_j = \sum_{m=-F_b}^{F_b} \sigma_j^{(m)}$  与二能级的各个 Pauli 矩阵对应，表示对所有  $m$ -自旋分别对应的 Pauli 矩阵求和。这里， $\langle \Sigma_j \rangle$  对应绝大部分原子干涉实验中对相位的读取来自于超精细能级依赖的荧光读取，而无法实现塞曼子能级的分辨。

数值模拟的细节参见 2.3.1 节。这里需要指出的是，当  $U_f$  表示一维的自由传播时， $\tau$  和  $T$  的具体数值在模拟中只会影响杂散干涉回路对最终读数的贡献<sup>[35-36]</sup>。当分合束和重定向脉冲被设为理想操作时，那么这种杂散回路仅来自非理想的  $\tilde{U}_{1,2,3,4}$  操作。值得注意的是，由于每组连续绝热 SDK 操作  $\tilde{U}_j$  的单个操作仅需要几十纳秒，与冷原子样品的典型相干长度相比，干涉路径中杂散回路带来的空间位移小到可以忽略不计，因此不会改变物质波的动力学<sup>[37-38]</sup>。同时我们通过对原子的初始位置和速度进行了随机采样，在数值计算上验证了剩余杂散干涉确实是可以被抑制的。实际上，我们发现对于高保真度的绝热 SDK 来说，只需在每个  $\tilde{U}_j$  序列之后通过动量空间上的数值滤波去除不需要的衍射项，也同样可以得到近似图 4.15 (a-c) 中去除杂散干涉影响后的结果。

对于最终的原子干涉输出，我们感兴趣的是干涉仪的衬比度  $\mathcal{C}$  以及衍射相位偏移  $\delta\Phi$ 。衬比度  $\mathcal{C}$  将会影响最终物质波干涉条纹的质量。偏移相位  $\delta\Phi$  来源于 4 个  $\tilde{U}_{\text{uddu}}$  操作引起的不平衡的动态相位，其将会进入干涉测量的读数中，作为精密测量或精密控制的系统误差。利用上文提到的超精细 Pauli 分量，我们

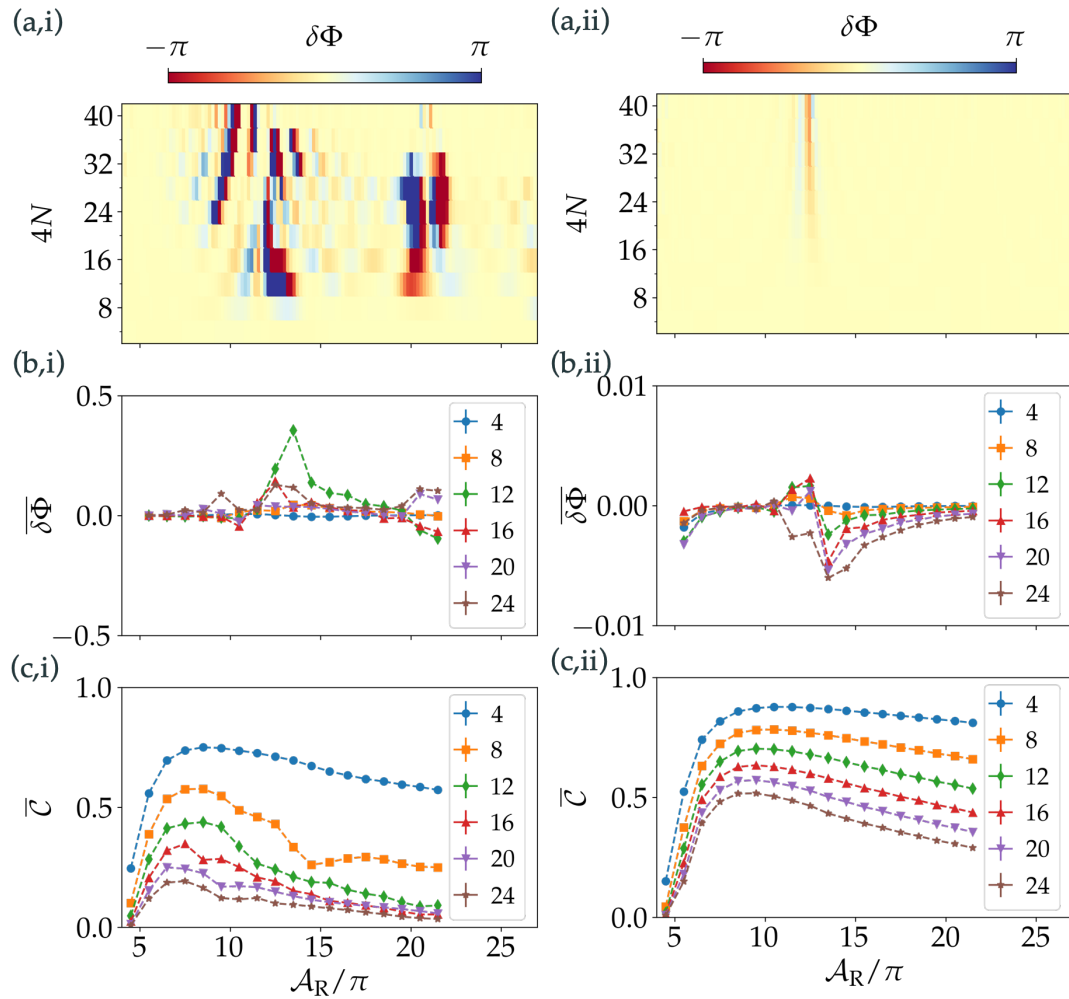


图 4.15: 绝热 SDK 应用于原子干涉仪的性能表征, 包括随 SDK 次数  $n = 4N$  增加, 原子干涉相移偏置  $\delta\Phi$  及干涉反衬度  $\mathcal{C}$  随着脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  的变化。其中, (a-c,i) 对应实验的单光子失谐量  $\Delta = 2\pi \times -10 \text{ GHz} \approx 3.3\omega_{\text{hfs,g}}$ 。对原子干涉相移偏置  $\delta\Phi$  的模拟对应于实验中未极化 ( $m$ -布局均匀分布) 的原子样品, 对于  $m = -2, -1, 0, 1, 2$  进行了系综平均, 其余的参数均与实验一致。(b-c) 则是对于每个脉冲面积点关于其变化  $\pm 50\%$  的区间进行系综平均 (见图 4.3)。而 (a-c,ii) 则对应了同时加倍光强和单光子失谐量的情况 ( $\Delta = 2\pi \times -20 \text{ GHz} \approx 6.6\omega_{\text{hfs,g}}$ ), 如此拉曼拉比频率与 (a-c,i) 一致, 但自旋泄漏和自发辐射明显得到了抑制, 从而使得  $\delta\Phi$  与  $\mathcal{C}$  都得到了提高。

在数值上可以很方便地计算干涉仪的衬比度, 有  $\mathcal{C} = \sqrt{\langle \Sigma_x \rangle^2 + \langle \Sigma_y \rangle^2}$ 。同样地, 衍射相位的偏移  $\delta\Phi = \arg [\langle \Sigma_x \rangle + i \langle \Sigma_y \rangle] - \Phi_0$ , 其中  $\Phi_0$  为  $|a_m\rangle$  和  $|b_m\rangle$  在理想的分束、重定向操作后的相对相位。典型的数值计算结果如图 4.15 (a-c) 所示, 这里仍然是模拟  $^{85}\text{Rb}$  的 D1 线, 并且考虑了自发辐射。对于图 4.15 (a-c,i), 模拟的激光参数以及失谐量与实验一致 ( $\Delta \sim 3.3\omega_{\text{hfs},g}$ )。这一情况下  $\varepsilon_{\text{sp}}$  和  $\varepsilon_{\Delta m}$  是相当大的。然而, 我们发现在  $n = 4N = 12$  次交替啁啾 SDK 操作后, 我们的包围面积大概可以得到 25 倍的增强, 同时衬比度  $\mathcal{C} > 0.5$ , 衍射相位偏差  $\delta\Phi < 0.01$ 。这里, 为了避免额外的自发辐射和相干泄露 (图 4.10 (b-d,ii)), 我们一般选择脉冲面积  $\mathcal{A}_R \approx 6 - 8\pi$ , 见图 4.15 (a-c,i)。另一方面, 当单光子失谐量加倍至  $\Delta_e \sim 6.6 \omega_{\text{hfs},g}$  (相应地增加光强以保持拉曼拉比频率不变), 同时  $\varepsilon_{\Delta m}$  的泄露也被  $\tilde{U}_{\text{uddu}}$  序列极大地抑制时,  $\varepsilon_{\text{sp}}$  将变成原来的一半, 见图 4.15 (a-c,ii)。在这个情况下,  $\tilde{U}_{\text{uddu}}$  序列可以实现高达 50 倍的干涉测量封闭区域面积的增强, 同时在自发辐射限制下还可以保证衬比度  $\mathcal{C} > 0.5$ , 而  $\delta\Phi$  则可忽略不计。

## 参考文献

- [1] KRÁL P, THANOPULOS I, SHAPIRO M. Colloquium: Coherently controlled adiabatic passage[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 2007, 79(1): 53-77. DOI: 10.1103/revmodphys.79.53.
- [2] WINELAND D J, BARRETT M, BRITTON J, et al. Quantum information processing with trapped ions[J/OL]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 361(1808): 1349-1361. DOI: 10.1098/rsta.2003.1205.
- [3] KOTRU K, BUTTS D L, KINAST J M, et al. Large-Area Atom Interferometry with Frequency-Swept Raman Adiabatic Passage[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(10): 103001. DOI: 10.1103/physrevlett.115.103001.
- [4] JAFFE M, XU V, HASLINGER P, et al. Efficient Adiabatic Spin-Dependent Kicks in an Atom Interferometer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(4): 040402. DOI: 10.1103/physrevlett.121.040402.
- [5] JAFFE M. Atom interferometry in an optical cavity[D]. University of California, Berkeley, 2018.
- [6] ZHOU L, LONG S, TANG B, et al. Test of Equivalence Principle at  $10^{-8}$  Level by a Dual-Species Double-Diffraction Raman Atom Interferometer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(1): 013004. DOI: 10.1103/physrevlett.115.013004.
- [7] HAPPER W. Optical Pumping[J/OL]. *Reviews of Modern Physics*, 1972, 44(2): 169-249. DOI: 10.1103/revmodphys.44.169.
- [8] STECK D A. Quantum and atom optics[Z]. 2016.
- [9] BÜCHNER M, DELHUILLE R, MIFFRE A, et al. Diffraction phases in atom interferometers[J/OL]. *Physical Review A*, 2003, 68(1): 013607. DOI: 10.1103/physreva.68.013607.
- [10] BERGMANN K, THEUER H, SHORE B W. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules[J/OL]. *Rev. Mod. Phys.*, 1998, 70: 1003. DOI: 10.1103/revmodphys.70.1003.

- [11] VITANOV N V, HALFMANN T, SHORE B W, et al. Laser-induced Population Transfer by Adiabatic Passage Techniques[J/OL]. *Annual Review of Physical Chemistry*, 2001, 52(1): 763-809. DOI: 10.1146/annurev.physchem.52.1.763.
- [12] BERRY M V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes[J/OL]. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 1984, 392(1802): 45-57. DOI: 10.1098/rspa.1984.0023.
- [13] ZHU S L, WANG Z D. Implementation of universal quantum gates based on nonadiabatic geometric phases[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(9): 097902. DOI: 10.1103/physrevlett.89.097902.
- [14] GUSTAVSON T L. Precision rotation sensing using atom interferometry[D]. Stanford University, 2000.
- [15] CANUEL B, LEDUC F, HOLLEVILLE D, et al. Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(1): 010402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.010402.
- [16] DURFEE D S, SHAHAM Y K, KASEVICH M A. Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(24): 240801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.240801.
- [17] PERRIN I, BERNARD J, BIDEL Y, et al. Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency-chirped laser[J/OL]. *Physical Review A*, 2019, 100(5): 053618. DOI: 10.1103/physreva.100.053618.
- [18] MIAO X, WERTZ E, COHEN M G, et al. Strong optical forces from adiabatic rapid passage[J/OL]. *Physical Review A*, 2007, 75(1): 011402. DOI: 10.1103/physreva.75.011402.
- [19] HE Y, JI L, WANG Y, et al. Geometric Control of Collective Spontaneous Emission[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(21): 213602. DOI: 10.1103/physrevlett.125.213602.
- [20] HE Y, JI L, WANG Y, et al. Atomic spin-wave control and spin-dependent kicks with shaped subnanosecond pulses[J/OL]. *Physical Review Research*, 2020, 2(4): 043418. DOI: 10.1103/physrevresearch.2.043418.

- [21] RAMSEY N F. A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields[J/OL]. *Physical Review*, 1950, 78(6): 695-699. DOI: 10.1103/physrev.78.695.
- [22] SHAPIRO E A, MILNER V, SHAPIRO M. Complete transfer of populations from a single state to a preselected superposition of states using piecewise adiabatic passage: Theory[J/OL]. *Physical Review A*, 2009, 79(2): 023422. DOI: 10.1103/physreva.79.023422.
- [23] BATEMAN J, FREEGARDE T. Fractional adiabatic passage in two-level systems: Mirrors and beam splitters for atomic interferometry[J/OL]. *Physical Review A*, 2007, 76(1): 013416. DOI: 10.1103/physreva.76.013416.
- [24] HAMILTON P, JAFFE M, BROWN J M, et al. Atom Interferometry in an Optical Cavity[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(10): 100405. DOI: 10.1103/physrevlett.114.100405.
- [25] GENOV G T, VITANOV N V. Dynamical Suppression of Unwanted Transitions in Multistate Quantum Systems[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2012, 110(13): 133002. DOI: 10.1103/physrevlett.110.133002.
- [26] KANG Y H, CHEN Y H, SHI Z C, et al. Pulse design for multilevel systems by utilizing Lie transforms[J/OL]. *Physical Review A*, 2018, 97(3): 033407. DOI: 10.1103/physreva.97.033407.
- [27] JO H, SONG Y, AHN J. Qubit leakage suppression by ultrafast composite pulses.[J/OL]. *Optics express*, 2019, 27(4): 3944-3951. DOI: 10.1364/oe.27.003944.
- [28] SHORE B W. Two-state behavior in N-state quantum systems: The Morris-Shore transformation reviewed[J/OL]. *Journal of Modern Optics*, 2013, 61(10): 787-815. DOI: 10.1080/09500340.2013.837205.
- [29] KASEVICH M, CHU S. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics B*, 1992, 54(5): 321-332. DOI: 10.1007/bf00325375.
- [30] PETERS A, CHUNG K Y, CHU S. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms[J/OL]. *Nature*, 1999, 400(6747): 849-852. DOI: 10.1038/23655.



- [31] SCHäFER V M, BALLANCE C J, THIRUMALAI K, et al. Fast quantum logic gates with trapped-ion qubits[J/OL]. *Nature*, 2018, 555(7694): 75-78. DOI: 10.1038/nature25737.
- [32] FLüHMANN C, NGUYEN T L, MARINELLI M, et al. Encoding a qubit in a trapped-ion mechanical oscillator[J/OL]. *Nature*, 2019, 566(7745): 513-517. DOI: 10.1038/s41586-019-0960-6.
- [33] SZIGETI S S, NOLAN S P, CLOSE J D, et al. High-Precision Quantum-Enhanced Gravimetry with a Bose-Einstein Condensate[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(10): 100402. DOI: 10.1103/physrevlett.125.100402.
- [34] MCGUIRK J M, SNADDEN M J, KASEVICH M A. Large Area Light-Pulse Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(21): 4498-4501. DOI: 10.1103/physrevlett.85.4498.
- [35] SIDORENKOV L A, GAUTIER R, ALTORIO M, et al. Tailoring Multiloop Atom Interferometers with Adjustable Momentum Transfer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(21): 213201. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.213201.
- [36] DUBETSKY B, KASEVICH M A. Atom interferometer as a selective sensor of rotation or gravity[J/OL]. *Physical Review A*, 2006, 74(2): 023615. DOI: 10.1103/PhysRevA.74.023615.
- [37] PETITJEAN C, BEVILAQUA D V, HELLER E J, et al. Displacement Echoes: Classical Decay and Quantum Freeze[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(16): 164101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.164101.
- [38] SU E J, WU S, PRENTISS M G. Atom interferometry using wave packets with constant spatial displacements[J/OL]. *Physical Review A*, 2010, 81(4): 043631. DOI: 10.1103/PhysRevA.81.043631.



# 第 5 章 基于拉曼偏向转动组合脉冲的物质波任意量子门方案

在上一章的研究中，我们介绍了利用绝热 SDK 序列在碱金属超精细结构基态实现强度容错的二分量物质波几何相位门方法，并进行了初步实验验证。纳秒高保真二分量物质波相位门是一类非常重要的拉曼物质波操控技术，可用于实现超冷原子自旋的高效相空间操控，并用于精密测量、量子模拟和量子信息处理类实验。其中基于交替啁啾组合脉冲的相干操控技术，其基本物理机制可以从绝热近似的微扰图像来理解，但细致的多能级动力学结构相当复杂。事实上，基于组合脉冲的量子调控技术，即使在理想的二能级体系，也常常超越普通人的物理直觉，最佳实验策略的实现必须同时结合物理图像和数字优化。

不同于相位门，在第 2 章 2.2.2 节的物质波瞬态量子门部分我们已经提到，二分量物质波的相干布居转动可以表达为  $R_{\mathbf{n}(\mathbf{k}_R)}(\phi)$  (简记为  $R_{\mathbf{n}}(\phi)$ )，特别地，对于转轴位于  $x-y$  平面上的转动，我们记作  $R_{x(\varphi)}(\phi)$ ， $\varphi$  为转轴关于  $x$  轴的相位，如常规 Mach-Zehnder 干涉可以写为  $R_x(\pi/2)-R_x(\pi)-R_x(\pi/2)$  序列 ( $\varphi = 0$  时简记为  $x(\varphi)$  简记作  $x$ )。从  $SU(2)$  群操作来说，相位门  $R_z(\phi)$  和布居转动门  $R_x(\phi)$  可在物质波定义的空间范围内对原子形成“单比特”局域任意操作。运用类似的组合脉冲技术，是否有可能在碱金属超精细结构基态全面构建二分量物质波的瞬态单比特门操控呢？

事实上，如绪论和第 2 章所述，物质波的相干布居转动量子门在碱金属原子干涉中的实现即物质波“分束”操作<sup>[1-2]</sup>。该类操作常常是基于运用光强“魔术比例”的拉曼光实现的拉曼共振驱动。虽然拥有极高的“分束”相位精度，但决定分束比例的转动角  $\phi$  受整体光强影响，精度常常并不高。此类缺陷在传统原子干涉类实验中的影响并不大：只要转动角  $\phi < \pi/2$ ，其在宏观原子样品中的展宽仅带来干涉条纹反衬度的下降。在原子散粒噪声极限附近，损失的一些原子信号可以由制备更多原子，或者提高测量次数来补偿。然而，同样如绪论中已经提到，转动操作的精度将是下一代量子干涉仪中实现“量子优越性”的瓶颈技术<sup>[3-5]</sup>，亟待突破性发展。

和第 2 章面临的问题一样，为实现 Bloch 球上的任意转动操作以形成二分量物质波的“单比特”任意门，组合门技术必须同时抑制多能级“自旋泄露”、动态衍射相移（动态相位）以及自发辐射的影响。为抑制  $1/f$  技术噪声及原子运动涨落，该类操作必须在足够快的时间内完成。而组合脉冲对多能级调控的动力学将超越普通人的物理直觉，因此我们必须在发展简单物理图像的同时借助数值优化技术，寻找最高效、容错、可实验验证的组合脉冲方案。

本章将介绍一类运行于中等单光子失谐量下拉曼物质波操控的“偏向转动”方案。其中中等单光子失谐量在操控速度提高，自发辐射抑制，即光强应用效率方面的重要性和第 4 章论述相同。我们会详细介绍，所谓“偏向转动”是指在动态相位无法被消除的该拉曼驱动区间，SU(2) 相干布居转动必然存在一个偏向角。不同于 Chu-Kasevich 及 Wineland-Monroe 方案，我们放弃对该偏向角度的静态消除，而是运用组合脉冲动态消除该偏置对操控的影响，形成理想任意量子门控制。进一步，该区间简单的二能级动力学，允许我们运用高效的数值优化技术获得光强和“偏向角”容错的组合脉冲序列，在经过全能级数值验证和调整，直接运用于  $^{85}\text{Rb}$  纳秒组合脉冲物质波操控实验。

接下来，本章的内容安排如下。在介绍“偏向转动”图像以前，我们首先在 5.1 节讨论拉曼物质波操控的速度极限及驱动拉曼光的功率要求。该讨论将引导我们进一步审视第 4 章已经提到的，在本论文工作之前没有被重视的中等拉曼操控参数区间，( $\Delta_e$  为数倍的  $\omega_{\text{hfs},g}$ )，其间拉曼操控中的动态衍射相位无法被忽略。我们在 5.2 节介绍该中等电偶极失谐区间的“偏向转动”图像，并与 Chu-Kasevich 方案和 Wineland-Monroe 方案进行对比。在 5.3 节我将展示通过优化组合脉冲，可以多次偏向转动实现对二分量物质波的瞬态几何操控，并给出确定实现高保真控制的组合脉冲对应参数的常规流程。而关于在实验中实施容错组合脉冲的细致考量将在 5.4 节中讨论。最后，我们实验上初步尝试了  $\pi$  和  $\pi/2$  布居转动量子门，我将在最后的 5.5 节介绍面临的问题以及未来的解决方案。

## 5.1 二分量物质波拉曼控制的速度极限

在绪论和前面的部分章节中，我们已经多次提到对于利用光学拉曼跃迁来实现二分量物质波的控制，这一操作的速度受限于原子的超精细相互作用。在这一节中，我们将解释这一速度极限背后的物理图像。

我们仍然考虑图 5.1 (a) 中深色红色和蓝色箭头所驱动的拉曼跃迁。跟随章节 2.1 的步骤，当  $\Omega_{1,2} \ll \Delta$  时，系统可以等效为二能级动力学，其对应的等

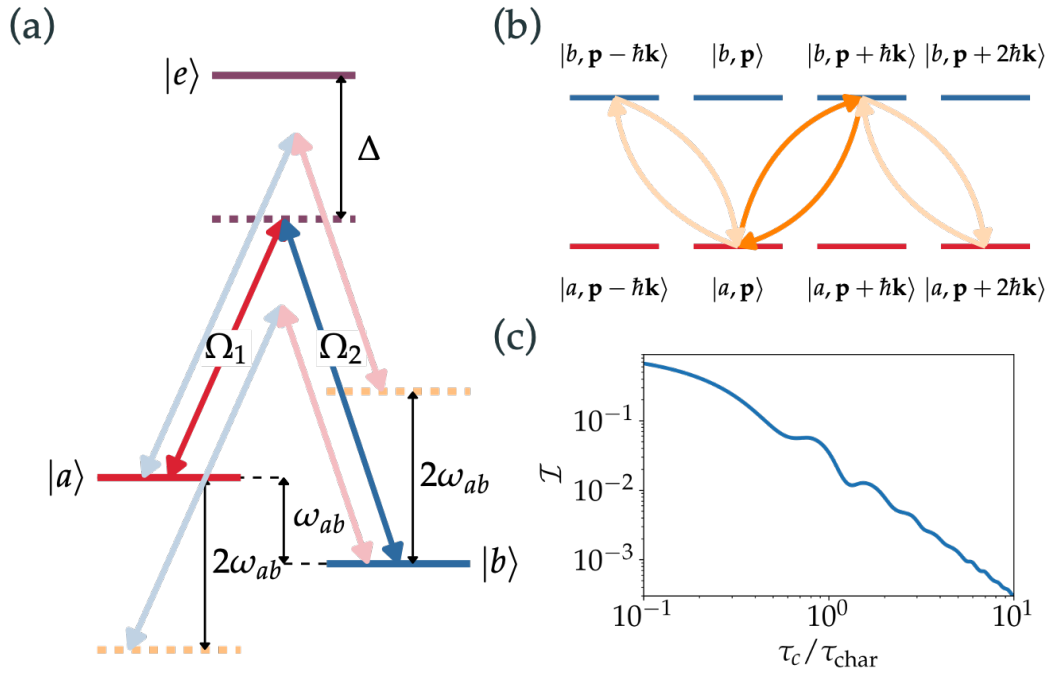


图 5.1: (a) 拉曼跃迁的旋转波项与反旋转波项对应的内态能级图。(b) 拉曼跃迁的旋转波项与反旋转波项在动量晶格图像中对应的能级耦合。(c) 一个  $\pi$  操作对应的二分量物质波控制的保真度与控制脉冲时长  $\tau_c$  的关系，其中  $\tau_{\text{char}} = 2\pi/\omega_{ab}$  为拉曼跃迁中两个基态能级差对应的特征时间。

效哈密顿量可以写作

$$H_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2} \left( \Omega_R e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sigma_+ + \text{h.c.} \right) + \frac{\hbar}{2} \left( \Omega_R e^{-i(2\omega_{ab}t + \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} \sigma_+ + \text{h.c.} \right) \quad (5.1)$$

这里，双光子拉比频率  $\Omega_R = \Omega_1 \Omega_2^* / 2\Delta$ ，同时我们定义双光子波矢  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ 。相比于式 (2.45)，我们这里为了暂时简化模型，预设两束拉曼光满足拉曼共振，同时假设两个基态  $|a\rangle, |b\rangle$  有一致的缀饰频移，故有  $\delta_R = 0$ ；同时，这里哈密顿量的第二项是额外增加的，与式 2.4 中标准二能级偶极跃迁的哈密顿量对比可以发现，这就是我们在通常情况下忽略的“反旋转波”项（见章节 2.1），而正是这一项限制了二分量物质波拉曼控制的速度。

通过  $\Omega_R$  的定义和对应的升降算符，我们可以得到：在拉曼跃迁中，反旋转波项对应的内态双光子跃迁如图 5.1 (a) 中透明红色和蓝色箭头所示。相比于深色的共振拉曼跃迁，反旋转波项对应的是失谐量为  $\pm 2\omega_{ab}$  的远失谐跃迁。这一失谐量在哈密顿量的体现则是耦合项的相位中含有  $\pm i2\omega_{ab}t$  的高频振荡项。回顾章节 2.1 的二能级体系，其忽略反旋转波项的条件为  $|\partial_t \Delta / \Delta|, |\Delta|, |\partial_t \Omega / \Omega|, |\Omega|, \ll \omega_{eg}$ ，即哈密顿量中所有“频率相关”的项均小于两个能级的内禀频率差。对于偶

极跃迁来说, 碱金属原子的基态与激发态之间的跃迁频率一般在百 THz 级, 对应的特征时间  $\tau_{\text{char}} = 2\pi/\omega_{eg} \sim 10 \text{ fs}$ 。事实上, 对于在如此短时间内能够使体系产生显著演化的脉冲, 早已不能在真实原子中实现特定能级之间的激发。另一方面, 在皮秒或更慢的时间尺度, 对偶极控制, 这一旋转波近似条件是完全成立的<sup>[6-7]</sup>。而对于我们工作所关心的拉曼跃迁, 实验中两个基态一般会选原子超精细结构的两个基态。于是, 拉曼等效二能级体系对应的“基态”和“激发态”的跃迁频率为原子基态的超精细分裂, 有  $\omega_{ab} = \omega_{\text{hfs},g}$ 。对于碱金属原子来说, 其分裂一般在几个 GHz 到十几个 GHz 附近, 对应特征时间  $\tau_{\text{char}} = 2\pi/\omega_{ab} \sim 100 \text{ ps}$ 。同时, 拉曼跃迁所对应的是双光子过程, 即使激光的绝对频率和拉比频率远大于  $\omega_{ab}$ , 两束光的相对频率和拉曼拉比频率仍然可以与基态能级分裂相比拟。因此, 在考察想基于拉曼跃迁实现极速的量子控制时, 这一反旋转波的影响切实存在, 无法忽略。

具体来说, 这一反旋转波项的存在, 使得内态  $|a\rangle$  到  $|b\rangle$  的拉曼跃迁存在多条路径。如果只是考虑内态的动力学, 可以通过计算双光子拉比频率和  $\omega_{ab}$  调节合适的脉冲相位和时长来实现想要的转动轴和转动角度<sup>[8]</sup>。但当我们考虑二分量物质波控制时, 其对应的是自旋-运动纠缠的控制。假设原子波函数初态位于  $|a\rangle$ , 外态对应动量为  $\mathbf{p}$ , 我们在如图 5.1 (b) 所示的动量晶格中论证这一问题, 将初态表示为  $|a, \mathbf{p}\rangle$ 。旋转波项所对应的共振拉曼跃迁表示吸收一个等效波矢  $\mathbf{k}$  的等效光子, 对应图中深橙色的箭头, 将  $|a, \mathbf{p}\rangle$  和  $|b, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle$  耦合起来。而反旋转波项所对应的远失谐耦合对应透明橙线, 尽管它也能耦合内态  $|a\rangle$  和  $|b\rangle$ , 但相比于共振拉曼跃迁, 其耦合的外态不同。因此, 对于二分量物质波控制而言, 这一项是必须被抑制的。当拉曼控制的速度在微妙甚至在毫秒级别时, 对应的双光子拉比频率  $\Omega_R \ll \omega_{ab}$ , 此时反旋转波项是完全的远失谐, 可以被忽略; 而当  $\Omega_R$  可以与  $\omega_{ab}$  相比拟甚至大于时, 拉曼跃迁的反旋转波项产生的效应变得显著, 即使我们控制脉冲时长使得内态的演化完全符合预期, 其外态也会弥散到动量晶格中我们不想要的态上, 造成二分量物质波控制的失真。我们考虑极限情况, 即  $\Omega_R \gg \omega_{ab}$ , 此时从  $|a\rangle$  到  $|b\rangle$  的不同跃迁路径没有区别, 其已经无法区分吸收  $\Omega_1$  还是  $\Omega_2$  的光子。在这一情况下, 我们也就丧失了自旋-运动纠缠控制的能力。这里需要指出的是, 以上讨论均在常规  $\Omega_{1,2} \ll \Delta$ , 激发态被绝热去除的基础上。

具体地, 我们考虑一个  $R_{x(\mathbf{k}_R)}(\pi)$  的操作。这一操作对应的脉冲, 我们将其波形设为  $\Omega_R(t) = C_R^{(0)} \sin^2(\pi t/\tau_c)$ ,  $\tau_c$  为脉冲时长。我们扫描不同的脉冲时长, 并根据对应的时长计算出实现内态的翻转对应的  $C_R^{(0)}$ , 即保证脉冲结束后原子内态实现了期待的操作。假设原子初态为  $|a, \mathbf{p}\rangle$ , 我们通过如图 5.1 (b) 所

示的动量晶格模型数值计算末态关于自旋-运动纠缠的目标操作所对应的目标态  $|b, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k}\rangle$  的保真度

$$\mathcal{F} = \left| \langle b, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k} | \tilde{U}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}, \pi) | a, \mathbf{p} \rangle \right|^2 \quad (5.2)$$

关于动量晶格模型可以参见 2.1.5 节。其结果如图 5.1 (c) 所示，其中横轴为脉冲时长和特征时间  $\tau_{\text{char}} = 2\pi/\omega_{ab}$  的比值，纵轴为保真度损失  $\mathcal{I} = 1 - \mathcal{F}$ ，它们均使用对数刻度。从图中可以看到，脉冲时长与保真度的损失基本为指数关系。当脉冲时长远大于  $\tau_{\text{char}}$  时，保真度逐渐趋于 1，进入反旋转波可以被忽略的区间；而当脉冲时长和  $\tau_{\text{char}}$  可以相比拟时，动量态的弥散会导致物质波控制的失真。因此， $\tau_{\text{char}} = 2\pi/\omega_{ab}$  可以被视作物质波控制的速度极限的特征时间。原则上，通过设计特定的脉冲，我们有希望实现在反旋转波项存在时仍能实现自旋-运动耦合的高效控制，但在本文中暂不进行深入讨论。而对于一般的高保真物质波控制，我们一般认为需要排除反旋转波项的影响，故一个  $\pi$  转动的极限脉冲时长要比这一特征时间高一个量级。以  $^{87}\text{Rb}$  为例，其基态的超精细分裂为  $\omega_{\text{hfs},g} = 2\pi \times 6.8 \text{ GHz}$ ，对应脉冲时间一般不小于 1.5 ns。同时，我们也将这一时长称作二分量物质波控制的超精细极限。

在微观离子阱体系中，利用锁模激光器输出的皮秒组合脉冲已经可以实现接近这一极限的二分量物质波控制<sup>[9]</sup>；然而在宏观中性原子体系中，常规的拉曼控制仍然距此有不少的距离。在后续章节中，我们将分析潜在的原因以及提出我们的解决方案。

## 5.2 拉曼跃迁中的动态相位消除

为了实现二分量物质波的光强容错几何控制，我们需要去除控制过程中的动态相位。本节我将回顾各类体系中去除动态相位的经典方法，并给出我们的方案。

我们仍然考虑章节 2.1.4 对应的受激拉曼跃迁下定义在  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$  上的等效二能级哈密顿量

$$H_{\text{eff}} = -\frac{\hbar}{2}\delta_R\sigma_z + \frac{\hbar}{2}(\Omega_R\sigma_+ + \text{h.c.}) \quad (5.3)$$

其中， $\delta_R = \delta_b - \delta_a$ ， $\Omega_R = \Omega_1\Omega_2^*/2\Delta$ 。动态相位的来源即是光缀饰后产生的光频移（或者说 AC 斯塔克频移） $\delta^s$ 。如章节 4.2 中的定义，我们将两束光的拉比频率参数化为  $\Omega_i = C_i e^{i\varphi_i}$ ，其中  $C_i$  为实数，表示振幅， $\varphi_i$  则表示其相位。则我

们可以计算拉曼跃迁过程中两个基态产生的光频移

$$\begin{aligned}\delta_a^s &= \frac{C_1^2}{4\Delta} + \frac{C_2^2}{4(\Delta + \omega_{ab})} \\ \delta_b^s &= \frac{C_2^2}{4\Delta} + \frac{C_1^2}{4(\Delta - \omega_{ab})}\end{aligned}\quad (5.4)$$

这两行中的第一项均对应两个脉冲对于所驱动态的光频移；而第二项则对应相互的串扰 (crosstalk)。传统的实现几何控制的方法都是基于对于光频移的直接去除，亦即通过调节光强或者增加额外控制场等各种操作使得实际的总频移  $\delta_a = \delta_b$ 。

### 5.2.1 动态相位的经典消除方案

#### Chu-Kasevich 方案

如绪论中所讨论的，原子干涉中处理这一问题的经典方案就是 Chu-Kasevich 方案<sup>[10]</sup>。它通过调节两束光的光强比例来使得两个基态的光频移相等。于是，我们有

$$\frac{C_1^2}{C_2^2} = \frac{\omega_{ab} - \Delta}{\omega_{ab} + \Delta}\quad (5.5)$$

但是这一解决方案有一个隐含条件：由于光强一定是一个正值，于是必须有单光子失谐量  $\Delta < \omega_{ab}$ 。我们知道，如章节 2.1.4，受激拉曼跃迁过程中，尽管激发态的布居数很小，但其仍会发生自发辐射，进而导致有效二能级体系的量子控制保真度减小。与第 4 章中的定义保持一致，我们设这一退相干损失为  $\varepsilon_{\text{sp}}$ ，则对于一对拉曼脉冲面积为  $\mathcal{A}_R$  的脉冲来说

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{sp}} &= \int dt \Gamma \rho_{ee}(t) \\ &\sim \int dt \Gamma \frac{C_1(t)C_2(t)}{4\Delta} \sim \mathcal{A}_R \frac{\Gamma}{2\Delta}\end{aligned}\quad (5.6)$$

其中  $\Gamma$  为激发态  $|e\rangle$  的自然线宽， $\mathcal{A}_R = \int dt \Omega_R(t)$ 。可以看到，当  $\Delta$  受限时，其保真度也会受限于自发辐射量  $\tilde{\mathcal{F}} \leq 1 - \varepsilon_{\text{sp}}$ 。拿  $^{87}\text{Rb}$  D1 线作为一个例子，其基态的超精细分裂与自然线宽的关系为  $\omega_{ab} \sim 1000\Gamma$ 。对于不同的单光子失谐量  $\Delta$ ，我们考虑一个简单的控制  $R_x(\pi)$ ，在 Bloch 球图像上可理解为绕  $x$  轴转动  $\pi$  相位，其对应的两束光的光强比以及整个过程的自发辐射损失  $\varepsilon_{\text{sp}}$  可由全能级数值模拟计算得到，如图 5.2 (c,i) 所示。可以看到，最小的自发辐射量  $\varepsilon_{\text{sp},\text{min}} \sim 0.01$ ，这使得相干控制的保真度很难达到 99% 或者更高。

另一方面，受限的  $\Delta$  同时限制了拉曼控制的速度。如 2.1.4 节所述，为了使得激发态能够满足绝热去除的条件，我们需要保持  $\Omega_i \ll \Delta$ 。假设我们保持  $|\Omega_i/\Delta|$  一定，则我们得到双光子拉比频率  $\Omega_R$  同样正比于  $\Delta$ 。当  $\Delta$  受限于  $\omega_{ab}$



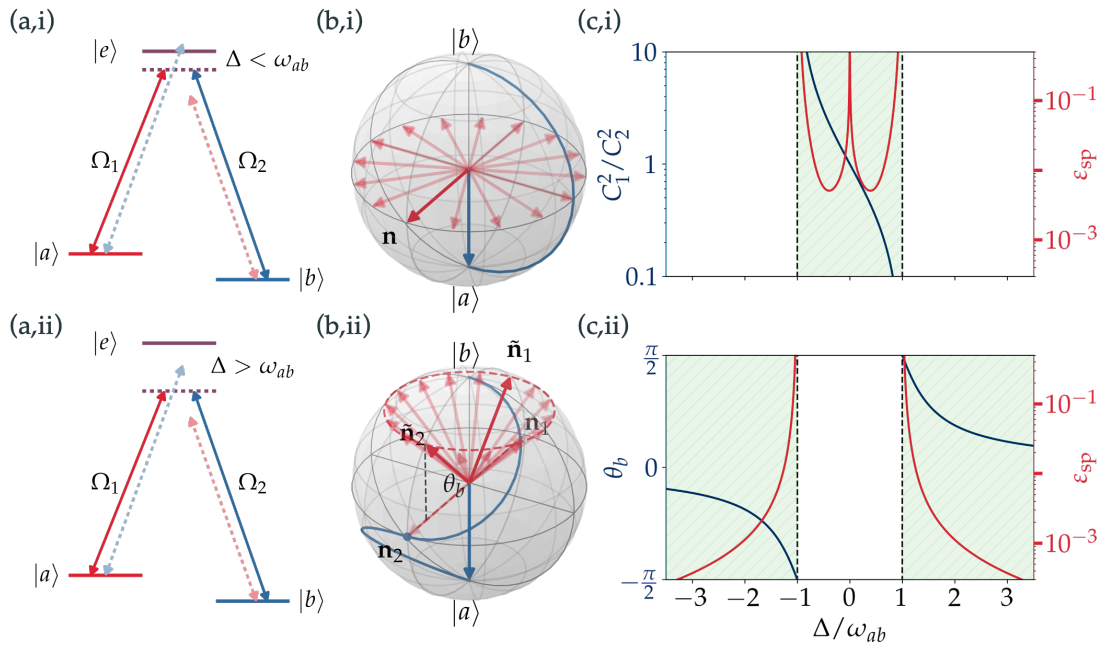


图 5.2: 魔术比例法与偏向转动法的对比。(a) 受激拉曼跃迁的能级图: 其中红(蓝)色能级表示态  $|a(b)\rangle$ ; 红(蓝)色的实线箭头表示两束激光分别驱动对应基态与激发态  $|e\rangle$  的单光子跃迁; 红(蓝)色的虚线箭头表示两束激光对非目标驱动跃迁的串扰; 其中 (i) 和 (ii) 分别表示魔术比例法和偏向转动法, 对应  $\Delta < \omega_{ab}$  和  $\Delta > \omega_{ab}$ 。(b) Bloch 球图像上的有效二能级动力学, 以实现一个  $R_x(\pi)$  操作为例。其中透明红色箭头表示量子控制中通过调节光场相位  $\varphi_R$  对应的可实现的转轴; 红色箭头表示实际所用的转轴; 蓝色箭头表示原子初态位于  $|a\rangle$ ; 蓝色曲线表示其轨迹。(i) 在魔术比例法中, 由于光频移的抵消, 直接应用转轴  $\mathbf{n} = (1, 0, 0)^\top$  转动  $\pi$  即可实现  $R_x(\pi)$ ; (ii) 在偏向转动法中, 一个  $R_x(\pi)$  控制可以经由两个子操作完成, 它们的有效转轴分别标记为  $\tilde{\mathbf{n}}_1$  和  $\tilde{\mathbf{n}}_2$  (光学相位所对应的转轴为  $\mathbf{n}_1 = (-1, 0, 0)^\top$  和  $\mathbf{n}_2 = (1, 0, 0)^\top$ )。(c) 绿色阴影区域分别标定了魔术比例法 (i) 和偏向转动法 (ii) 所对应的  $\Delta$  取值区间。其中红线表示经历一个  $R_x(\pi)$  操作, 系统遭受的自发辐射退相干损失  $\epsilon_{sp}$  与  $\Delta$  的关系。(c,i) 中蓝线表示  $\Delta$  和对应的两束光的光强比的关系; (c,ii) 表示偏向转动法中当两束光光强一致时, 偏向角随  $\Delta$  的变化。

时, 对于一个作用在  $^{87}\text{Rb}$  原子上的脉冲面积  $\mathcal{A}_R = \pi$  的控制, 操作的速度极限大约在百纳秒级, 这离章节 5.1 中所讨论的二分量物质波控制极限还有很远的距离; 同时, 在这一时间尺度上, 光场的涨落和原子运动一般仍不能完全忽略, 如 2.2 节所述, 这阻碍了我们实现高保真的容错几何控制。

### Wineland-Monroe 方案

而在对于囚禁离子体系, 经典的去除光频移的 Wineland-Monroe 方案通过引入其他精细结构的激发态来使得光频移互相抵消<sup>[9]</sup>。具体地, 如将耦合光的波长放在碱金属原子的 D1 线 ( $P_{1/2}$ ) 和 D2 线 ( $P_{3/2}$ ) 之间。对于 D1 线, 光是蓝失谐; 而对于 D2 线, 光是红失谐, 故它们的光频移符号是相反的。通过 c-g 系数可以分别计算两束光驱动的基态到两个精细激发态的跃迁的耦合强度, 进而计算出合适的单光子失谐量  $\Delta$ 。

对于一般的离子或者碱金属原子来说, 其激发态精细结构分裂一般在几百 GHz 到几个 THz。而不同精细结构激发态的耦合一般没有数量级的差距, 于是单光子失谐量也基本在这一量级, 对应  $\Gamma/\Delta \sim 10^{-5}$ 。在这种情况下, 其对应的  $\varepsilon_{\text{sp}}$  可以忽略不计, 且速度也不再被限制, 可以达到二分量物质波控制的速度极限。但另一方面, 双光子拉比频率  $\Omega_R = \Omega_1\Omega_2^*/2\Delta$ , 也正是由于这一方法所用到的极大的单光子失谐量, 使得其激光功率的利用率非常低。为实现纳秒级自旋轨道操控, 需要将千瓦级激光聚焦于微观离子阱<sup>[9,11]</sup>。对于单个囚禁的离子来说, 其尺寸远小于波长, 故可以将控制光聚焦到很小的尺寸以提高能量密度。但是对于冷原子气体来说, 同时控制整个大尺寸原子系综内的所有原子在现有的激光系统和脉冲整形系统下并不现实。

### 光频移直接补偿

近年来, 基于 Rydberg 原子阵列的量子控制成为一个热门的话题<sup>[12-15]</sup>。在这类体系中, 对于阵列中的单个原子实施单比特操作也同样使用拉曼跃迁过程。为了抵消耦合光产生的光频移, 实验组选择通过双光子拉比振荡来标定相对光频移  $\delta_R^s$ , 然后改变拉曼光的调制频率来使得双光子失谐  $\delta_R^b$  来匹配  $\delta_R^s$ <sup>[14-15]</sup>。

此类方法的基本要求是原子感受到的光强是均匀的, 故不适用于聚焦光对宏观原子系综的操控。此外, 该方法还要求等效拉曼波形为一个方波。而对于一对驱动拉曼跃迁的脉冲来说, 为了使得系统能够绝热地保持为等效二能级体系, 必须保证它的打开和关闭的形状足够平缓, 即  $|\partial_t \mathcal{E}_{1,2}| \ll |\Delta \mathcal{E}_{1,2}|$ 。于是, 当我们逐渐缩短脉冲时间时, 为了满足这一条件抑制偶极跃迁, 就会使得对于等效拉曼波形逐渐无法用方波近似。如工作<sup>[15]</sup>中在  $^{87}\text{Rb}$  中实现一个  $R_x(\pi)$  的控制时间

$\tau_c \sim 2 \mu\text{s}$ ，同样离速度极限很远。故这一方法不适用于宏观样品二分量物质波的超快控制。

### 多边带光频移抵消

另一种被成功运用的方案通过引入额外频率边带的光来补偿驱动跃迁频率产生的 Stark 频移，其在 Bragg 原子干涉实验中获得了不错的效果<sup>[16]</sup>。然而该类技术在拉曼原子干涉技术中的应用仅有初步尝试<sup>[17]</sup>。不同于远失谐 Bragg 衍射情形，不同频率光场 Stark 效应的抵消受拉曼共振相关多光子频移等诸多因素影响，因此并没有获得完全解决<sup>[18]</sup>。

#### 5.2.2 拉曼跃迁中的偏向转动

在这里，我们提出了一个新的方法去除拉曼操控中光频移带来的动态相位以实现几何控制。首先，为简化推导，我们假设两束光光强相等，且拉曼光工作于线性区间，即  $C_1 = C_2 \equiv C_0 \ll \Delta$ ，我们注意到当设置单光子失谐量  $|\Delta| > \omega_{ab}$  且只需考虑单个精细能级时，由公式 (5.4) 可以进一步计算得相对拉曼光频移

$$\delta_R^s = \frac{C_0^2}{2} \frac{\omega_{ab}}{(\Delta + \omega_{ab})(\Delta - \omega_{ab})} = C_R \frac{\Delta \omega_{ab}}{(\Delta + \omega_{ab})(\Delta - \omega_{ab})} \quad (5.7)$$

而对于双光子拉比频率有  $\Omega_R = C_R e^{i\varphi_R}$ ，故我们可得当设置频率失谐  $\delta_R^b = 0$  时， $\delta_R^s$  正比于双光子拉比频率的强度，有

$$\delta_R(t) = \beta |\Omega_R(t)| \quad (5.8)$$

这里需要指出的是， $\beta$  仅与  $\Delta, \omega$  有关。即使对于非平衡拉曼跃迁 ( $\Omega_1 = \kappa \Omega_2, \kappa \neq 1$ )， $\beta$  的表达式会相对复杂，但这一关系仍然成立。于是我们有结论：无论光强大小以及其如何随时间变化，只要确定了单光子失谐量， $\delta_R$  与  $|\Omega_R|$  的比例为一常数。

这一情况所对应的物理在 Bloch 球图像下理解更为简洁。如图 5.2 (b,ii) 所示，伴随着光场出现的光频移使得整体双光子拉比频率  $\tilde{\Omega}_R$  所对应的转轴  $\mathbf{n}$  (红色箭头) 相比于不考虑光频移的双光子拉比频率  $\mathbf{n}_0$  ( $x-y$  平面上) 有一个偏向角  $\theta_b$ 。且一旦  $\Delta$  确定，这一角度即固定并不受光强变化的影响，如式 5.8。由于在这一情况下，对于任意目标转动，其表现出的实际转动所对应的转轴被添加了一个固定角度，故我们将其称为“偏向转动” (biased rotation)， $\theta_b$  为对应的偏向角，而  $\beta = \tan \theta_b$  为偏向比。对于这种情形，对于某个目标操作，由于偏向角的固定，我们可以通过设计多个操作的组合来达成，如图 5.2 (b,ii) 所示，对

于  $\beta = 1$ , 我们可以通过两次不同拉曼相位  $\varphi_R = \{\pi, 0\}$  的旋转 ( $\{\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2\}$ ) 实现一个  $R_x(\pi)$  控制。

由于这一方法对于  $\Delta$  和  $\Omega$  并没有硬性的限制, 故它可以很容易地拓展到超快控制甚至到二分量物质波控制的速度极限。我们以  $^{87}\text{Rb}$  D1 线为例给出了一定区间内不同  $\Delta$  所对应的偏向角  $\theta_b$  和自发辐射退相干损失  $\varepsilon_{\text{sp}}$ , 可以看到当  $\Delta \sim 2\omega_{ab} \approx 2\pi \times 12 \text{ GHz}$  时, 即有  $\varepsilon_{\text{sp}} < 10^{-3}$ 。鉴于偏向转动所要求的  $\Delta$  取值范围极大, 可以从近共振一直到几百 GHz, 故我们可以根据实验中的激光功率、物质波尺寸以及所需的控制速度和保真度, 自由灵活地选择合适的  $\Delta$ 。

### 5.3 基于偏向转动组合的容错控制

上一小节中我们讨论了利用偏向转动可以实现二分量物质波的高保真几何控制, 且速度可以逼近速度极限。但是对于物质波操控中的常见情况, 即利用一束聚焦光对一个大尺寸原子系综进行控制, 由于系统的不均匀性, 故仍需满足控制对光强容错。在本节中, 我们将专注于在偏向转动的情况下实现对光强容错的控制。我们将会论证借助组合脉冲的方法, 利用比操作转动角更大的脉冲面积, 在偏向转动的情况下对大范围的  $\Delta$  都能实现光强容错, 在一个大光强变化区间 ( $\pm 25\%$ ) 在考虑自发辐射的情况下仍能使得平均保真度大于 99%。

#### 5.3.1 组合脉冲

我们在绪论和第 2 章中已经讨论过组合脉冲的概念 (composite pulse): 即将一个脉冲分成  $N$  份, 使得每份子脉冲的传播算符可以由一个相位  $\varphi_j$  和转动角  $\phi_j$  来表示

$$U_j(\mathbf{n}_j, \phi_j) = \exp\left(-i\mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \frac{\phi_j}{2}\right), \quad \mathbf{n}_j = (\cos \varphi_j, -\sin \varphi_j, 0)^\top \quad (5.9)$$

而对应的总传播算符有

$$U = U_N \cdots U_j \cdots U_1 \quad (5.10)$$

而通过章节 2.3.2 介绍的最优控制理论, 我们可以利用梯度上升脉冲设计 (GRAPE) 算法<sup>[19]</sup>对组合脉冲进行整形设计, 通过调节每一个子脉冲的  $(\varphi_j, \phi_j)$  来实现目标操作。

而对于拉曼控制, 为了能够拓展到超快控制, 我们在此基础上做一点修改。我们设总脉冲时长为  $\tau_c$ , 假设每一个子脉冲有相同的时长  $\tau_p = \tau_c/N$ , 且为了避免其打开和关闭过程的上升下降沿激发不必要的偶极跃迁, 我们放弃方波, 而

使用一个上升下降沿相对变化较缓的形状

$$C_{R,j}(t) = C_R^{(0)} \sin^2(\pi t/\tau_p) \quad (5.11)$$

$C_R^{(0)}$  对每一个子脉冲也相同。而在优化过程中，我们仅改变每个子脉冲的拉曼相位  $\varphi_{R,j}$  来实现目标操作。如图 5.3 (b) 所示，这一波形在实验中可以很方便地利用我们的高带宽光学任意波形发生器实现（详见章节 3.3.1；同时也可以很方便地映射到锁模激光器的皮秒脉冲输出，而利用一些已经成熟的整形技术<sup>[20]</sup>即可实现对应相位的调节。

### 优化方法

当利用梯度算法优化相位  $\varphi_{R,j}$  时，由于偏向转动的  $\beta$  是固定的，且我们一直保持在有效二能级动力学支配的体系内，故每个脉冲的传播算符  $U_j$  和对应梯度  $\partial U_j/\partial \varphi_j$  并不需要在数值上进行含时演化模拟，而是仍可用 Pauli 矩阵直接写出其对应的二能级体系的解析表达式。具体地，如传播算符仍可表示为  $U_j = \exp(-i\mathbf{n}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \phi_j/2)$ ，其中

$$\phi_j = 2C_R^{(0)} \tau_p \sqrt{1 + \beta^2}, \quad \mathbf{n}_j = \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} (\cos \varphi_j, -\sin \varphi_j, \beta)^\top \quad (5.12)$$

$\phi_j$  中的因子 2 为  $\sin^2$  波形的形状因子。其对应的梯度也可类似求得

$$\frac{\partial U_j}{\partial \varphi_j} = \frac{i}{\sqrt{1 + \beta^2}} (\sigma_x \sin \varphi_j + \sigma_y \cos \varphi_j) \sin\left(\frac{\phi_j}{2}\right) \quad (5.13)$$

记目标操控为  $U$ ，实际操控为  $\tilde{U}$ 。如章节 2.2.4 所述，实际操控相对目标操控的量子门保真度可定义为<sup>[21]</sup>

$$\mathcal{F}(\tilde{U}, U) = \frac{1}{6} \sum_j \left| \langle \psi_j | U^\dagger \tilde{U} | \psi_j \rangle \right|^2 \quad (5.14)$$

其中  $\sum_j$  表示对  $\sigma_{x,y,z}$  各自所对应的共 6 个本征态求和，分别为  $\{|\psi_j\rangle\} = \{|b\rangle, |a\rangle, (|b\rangle \pm |a\rangle)/\sqrt{2}, (|b\rangle \pm i|a\rangle)/\sqrt{2}\}$ 。这一保真度即为我们优化组合脉冲相位序列  $\{\varphi_{R,1}, \dots, \varphi_{R,N}\}$  的目标函数。具体地，对于其中一个相位  $\varphi_j$  的梯度为

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \varphi_j} = \frac{1}{3} \sum_j \operatorname{Re} \left[ \langle \psi_j | U^\dagger \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \varphi_j} | \psi_j \rangle \right] \quad (5.15)$$

其中  $\partial \tilde{U}/\partial \varphi_j$  可由式 5.13 求得。

为了实现容错的控制，以对光强容错为例，我们相对于中心的控制场强度  $C_R^{(0)}$  采样所需容错区间  $\{\eta_C\}$  内的多个强度  $\tilde{C}_R^{(0)} = (1 + \eta_{C,i})C_R^{(0)}$ ， $\eta_{C,i} \in \{\eta_C\}$ 。

在优化的每一步，我们对每个强度计算出对应的梯度  $(\partial\mathcal{F}/\partial\varphi_j)_i$ ，最终的梯度为所有强度对应梯度的平均  $\overline{(\partial\mathcal{F}/\partial\varphi_j)_i}$ 。

受惠于偏向转动的便利性，利用上述的一系列传播算符和对应梯度的解析表达式大大地降低了我们在优化过程中的计算复杂度，提高了优化的速度。进一步地，相比传统的梯度法，我们通过在梯度步进的过程中加入与步进历史相关的动量项，能够使其更快的收敛。这一方法在神经网络的训练中已经极为常见，一般被称为自适应动量估计 (Adam)<sup>[22]</sup>。具体算法细节见章节 2.3.1。

### 性能评估

上一小节我们介绍了在脉冲优化过程中，传播算符和梯度我们都保持在 SU(2) 中利用 Pauli 矩阵组成的解析式计算。而为了证明整形后的脉冲在真实原子体系中是有效的，我们最终评估时选择在全能级空间中做数值模拟来计算保真度。如章节 2.1.7 中所述，当考虑真实原子的全能级时，由于超精细结构的存在，对于一对互相垂直的线偏振光所驱动的基态之间的拉曼跃迁，其可以分解成  $2F_b + 1$  组  $m$ -子系统。每个子系统是由不同超精细能级中磁量子数  $m$  相同的两个塞曼子能级组成的自旋-1/2 系统，它们之间有较强的  $\Delta = 0$  的拉曼耦合；而不同子系统之间存在较弱的  $\Delta m = \pm 2$  的微扰耦合，它会造成  $m$ -自旋的自旋泄漏。

当我们考虑对于  $m$ -自旋的拉曼控制时，其保真度可类似式 5.14 定义为

$$\mathcal{F}_m = \frac{1}{6} \sum_j \left| \langle \psi_{j,m} | U^\dagger \tilde{U} | \psi_{j,m} \rangle \right|_m^2 \quad (5.16)$$

其中求和遍历  $\{|\psi_{m,j}\rangle\} = \{|b_m\rangle, |a_m\rangle, (|b_m\rangle \pm |a_m\rangle)/\sqrt{2}, (|b_m\rangle \pm i|a_m\rangle)/\sqrt{2}\}$ 。而目标操作的传播子  $U(\mathbf{n}, \phi)$  同样需要扩展到全能级空间

$$U_m = \exp\left(-i\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(m)} \frac{\phi}{2}\right) + \mathbb{I}^{(m)} \quad (5.17)$$

当考虑到对物质波的控制时，由于我们仍旧考虑的是超快控制，即控制过程中原子的运动和光场的涨落可以忽略，故只需在光场的相位项中加入空间相关的相位  $e^{i\mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r}}$  即可得到对应的传播子。而如章节 2.2.4 所讨论的，在忽略物质波整体空间相位变化的情况下， $\mathcal{F}_m$  只需直接关于空间取平均，就可求得整体物质波的控制保真度。

### 5.3.2 组合脉冲参数确定

在应用 GRAPE 算法之前，我们总是需要先在一个很大的取值范围内敲定单光子失谐量  $\Delta$  的值，然后决定组合脉冲的脉冲数  $N$  和脉冲面积  $\mathcal{A}_R$ ，才能开

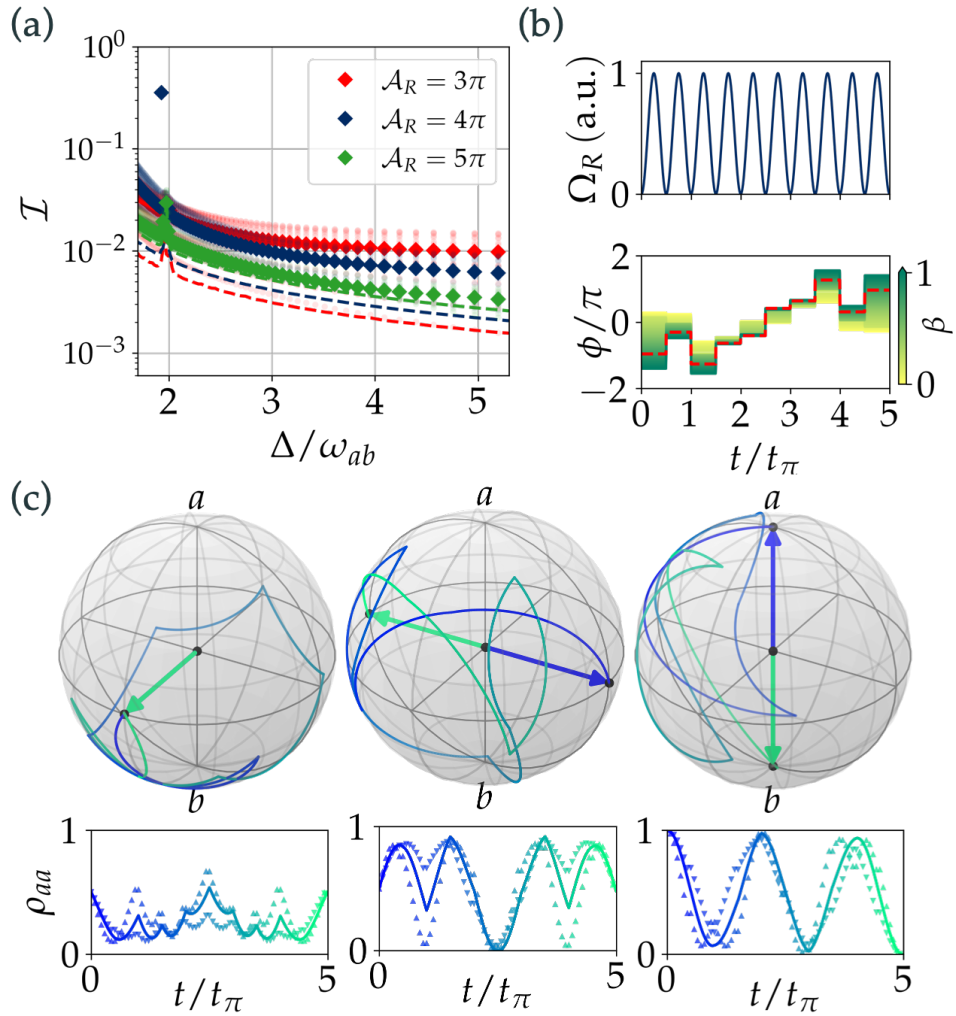


图 5.3: 基于偏向转动的组合脉冲对于控制场强度变化  $\pm 25\%$  容错的  $R_x(\pi)$  控制的优化结果。(a) 在不同的拉曼脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  下, 优化之后对于容错区间内控制的平均保真度损失  $\mathcal{I} = 1 - \mathcal{F}$  (菱形点) 和平均自发辐射损失  $\epsilon_{sp}$  (虚线) 和不同的基态分裂 (对应于不同的偏向比) 的关系。其中红色、蓝色、绿色分别对应脉冲面积  $\mathcal{A}_R = 3\pi, 4\pi, 5\pi$ 。(b) 对于 (a) 中  $\mathcal{A}_R = 5\pi$  这条线所对应的脉冲波形, 其中颜色从绿色到黄色表示偏向比逐渐减小; 而红色虚线标明了  $\Delta = 3\omega_{ab}$  所对应的相位。(c) 对于红色虚线所对应的脉冲, 对于不同的初态, 在 Bloch 球和布居数表象下的演化轨迹, 从蓝到绿表示操控时间从开始的到结束。

始具体的优化过程。对于  $\Delta$  来说, 随着它的值增大, 如公式 (5.7) 所示, 偏向比  $\beta$  会逐渐趋近于 0 最终达到 Wineland-Monroe 方案的工作点。这一情况下, 原子在 Bloch 球上的转动完全与普通二能级一致, 见图 5.2 (b,ii)。在这一极限下, 无论是原子干涉仪领域还是 NMR 领域, 都对各种控制场的容错设计出了对应的脉冲波形<sup>[23-25]</sup>。我们会专注于相对近共振, 即  $\Delta$  接近于基态分裂  $\omega_{ab}$ 。在这一

情形下，激光功率的使用率会相对更高，但其实际的演化会更“偏向”。在此区间内，对于组合脉冲来说，更多的子脉冲数  $N$  和更大的  $\mathcal{A}_R$  通常会使得脉冲纠正“偏向”和对控制场强度容错的能力更强；但是相应地，在拉曼体系中，它们也会带来更大的自发辐射退相干损失  $\varepsilon_{\text{sp}}$ 。

图 5.3 给出了不同  $\Delta$  下，用一个  $N = 10$  的组合脉冲实现对于光强容错  $\pm 25\%$  的  $R_x(\pi)$  的优化结果。在 (a) 中，红色、蓝色和绿色的结果分别对应脉冲面积  $\mathcal{A}_R = 3\pi, 4\pi, 5\pi$ ：菱形点为它们在容错区间内的平均性能，这里展示的是保真度损失  $\mathcal{I} = 1 - \mathcal{F}$ ，并用  $\log_{10}$ -比例表示；虚线则表示对应的  $\varepsilon_{\text{sp}}$ 。如上一小节所述，这里的  $\mathcal{I}$  和  $\varepsilon_{\text{sp}}$  均是由全能级数值模拟得到，这里以  $^{87}\text{Rb}$  D1 线的  $|F = 1, m = 0\rangle$  和  $|F = 2, m = 0\rangle$  作为  $a, b$  为例。

如图所示，当  $\Delta$  接近  $\omega_{ab}$  时，容错控制变得愈发远离理想操作。这是由于对应的演化变得更加“偏向”使得组合脉冲更难补偿。特别地，对于  $\Delta \sim \omega_{ab}$  时，可以看到有类似奇点的存在使得控制的保真度特别低，这是由于在此情况下， $\Lambda$  系统的拉曼跃迁存在三光子共振，而在  $\text{SU}(2)$  空间内优化的时候这一现象并不存在。这个点也是我们在确定  $\Delta$  时需要避免的点。我们也发现，当容错区间为  $\pm 25\%$  时，随着拉曼脉冲面积  $\mathcal{A}_R$  的增大， $\bar{\mathcal{I}}$  逐渐减小而  $\bar{\varepsilon}_{\text{sp}}$  的变化趋势相反，这与前面的讨论相吻合。同时，对于  $\mathcal{A}_R = 5\pi$ ， $\bar{\mathcal{I}}$  的线几乎与  $\bar{\varepsilon}_{\text{sp}}$  重合。对于这一情况，我们可以将其称之为自发辐射限制的容错量子控制。进一步提高脉冲面积， $\varepsilon_{\text{sp}}$  将会进一步增大而相干控制部分的保真度不再有进一步收益的空间，从而使得总保真度反而下降。于是， $\mathcal{A}_R = 5\pi$  可以视作需要实现控制场强度  $\pm 25\%$  容错的最佳脉冲面积。在  $\mathcal{A}_R = 5\pi$  这条线上，我们选择  $\Delta = 3\omega$  (i.e.  $\beta = 3/8$ ) 作为代表点。从图上可以看出，其在光强变化区间内的保真度均能够大于 99%。优化的组合脉冲波形如图 5.3 (b) 所示。同时，对于不同的初态  $\rho_{x,y,z}$ ，在该组合脉冲控制下，其在 Bloch 球图像和布居数表象下的轨迹如图 5.3 (c) 所示。可以看到，尽管不同的光强所对应的其轨迹在中间过程中有较大的分歧，但其终态都能回到经历理想控制所对应的终态。

## 5.4 偏向转动方案的实验考量

上一节中，我们在数值上论证了借助组合脉冲，可以在偏向转动中实现对控制场容错的控制。但是，没有实验装置是完美的，在应用数值优化得到的脉冲时，实际情况一定存在对理想状态的偏离。本小节，我们将会讨论实验中的这些偏离对控制性能的影响。



## 5.4.1 控制参数的不精确性

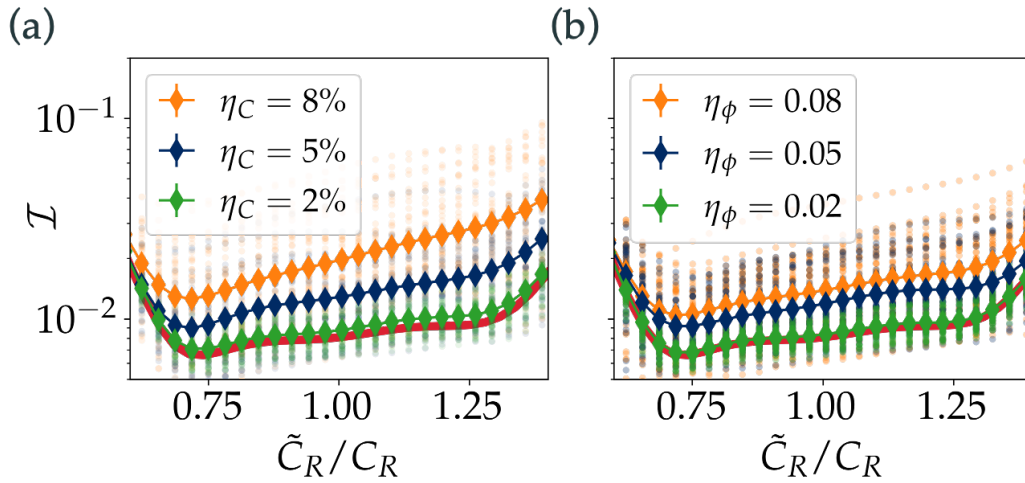


图 5.4: 控制参数不精确性对容错控制保真度的影响。红线标出了完美波形下保真度损失和光强参数  $C_R$  的关系, 形状向右上倾斜是因为当光强较大时, 自发辐射更强。其中, (a) 每个子脉冲存在不同程度  $\eta_C$  的随机强度偏离的情况下, 最终的保真度损失与总体光强的关系; (b) 每个子脉冲存在不同程度的相位偏离的情况下, 最终的保真度损失与总体光强的关系。

对于组合脉冲本身来说, 任何现有的脉冲整形技术均不可能实现数值模拟上的精度。我们考虑每个子脉冲的实际总体强度  $\tilde{C}_{R,j}^{(0)}$  和实际相位  $\tilde{\varphi}_{R,j}$  对优化得到的数值  $C_R^{(0)}$  和  $\varphi_{R,j}$  的偏离。由于真正的偏离情况取决于整形的光学系统, 难以一概而论。我们这里暂时只考虑相对普遍的情况——随机偏离, 并用随机偏离的幅度表征脉冲的鲁棒性。具体地, 如对于强度, 我们定义一个随机偏离的幅度  $\eta_C$ , 对应地, 我们对每一个脉冲添加一个随机的偏离比例, 有  $\tilde{C}_{R,j}^{(0)} = (1 + \eta_{C,j})C_R^{(0)}$ ,  $\eta_{C,j} \in [-\eta_C, \eta_C]$ 。对于不同的随机偏离幅度  $\eta_C$ , 其对光强的容错如图 5.4 (a) 所示。这里, 我们用的参数对应于上一节中  $\beta = 3/8$  的点, 红线表示在波形没有偏离的情况下, 不同的控制场强度所对应的保真度损失  $\mathcal{I}$ 。对于每一个随机涨落幅度  $\eta_C$ , 我们尝试 50 次随机偏离的脉冲, 并将所有的结果以透明的散点画在途中; 菱形点则是每个总体控制场强度下, 50 个随机偏离脉冲的平均保真度。类似地, 我们也可以定义相位的随机偏离幅度  $\eta_\phi$ , 对应每个子脉冲的相位偏离  $\tilde{\varphi}_{R,j} = \varphi_{R,j} + \eta_{\phi,j}$ ,  $\eta_{\phi,j} \in [-\eta_\phi, \eta_\phi]$ 。对应的结果见图 5.4 (b)。可以看到, 即使存在  $\eta_C \sim 2\%$  和  $\eta_\phi \sim 0.02 \text{ rad}$  的偏离, 我们设计的组合脉冲在  $\pm 25\%$  的总光强变化区间内仍能保持保真度  $\mathcal{F} > 99\%$ 。这一偏离幅度在现有的光学脉冲整形系统中, 包括我们的实验室的现有 OAWG 中, 是完全可以实现

的<sup>[7,20]</sup>。这一结果也证明了利用组合脉冲在偏向转动中实现光强容错的控制实验应用中是相当鲁棒的。

### 5.4.2 偏向比容错的进阶组合脉冲

在实验中,对于二分量物质波的控制通常是由两束相向传播的激光分别驱动两个基态到激发态的跃迁实现的<sup>[1,9,26]</sup>。在公式 (5.7) 中,我们假设了  $C_1 = C_2$ ,但这一条件对于两束不共用一个空间模式的激光来说,常常难以做到在光束形状上处处满足的。特别地,为了保证两束光之间的相位稳定性,与我们工作中的设置相似,许多实验会选择利用回射的反射光来形成一对相向传播的激光<sup>[27-29]</sup>,由于非理想光学表面对波前的扭曲,该回射光路的光斑不见得和入射光斑完全重合,于是在这一实验设置下,光强比例空间分布均匀的条件更难以满足。我们定义一个广义反射率  $\mathcal{R} = C_1^2/C_2^2$ ,  $\mathcal{R} \in (0, +\infty)$ 。对于光频移和双光子拉比频率我们有

$$\begin{aligned}\delta_R^s &= \frac{C_2^2 \omega_{ab} ((\mathcal{R} + 1)\Delta + (\mathcal{R} - 1)\omega_{ab})}{2\Delta \cdot 2(\Delta + \omega_{ab})(\Delta - \omega_{ab})} \\ \Omega_R &= \frac{\sqrt{\mathcal{R}}C_2^2}{2\Delta}\end{aligned}\quad (5.18)$$

我们可以看到,对于原子感受到的不同的  $\mathcal{R}$ ,  $\beta = \delta_R^s/\Omega_R$  也会随之变化。例如,我们同样以  $^{87}\text{Rb}$  D1 线  $m = 0$  的两个基态的拉曼控制为例,选取  $\Delta = 4\omega_{ab}$  以及  $N = 14, \mathcal{A}_R = 7\pi$  的组合脉冲,跟随章节 5.3 中的步骤对于光强变化  $\pm 50\%$  的容错区间进行优化,其得到的组合相位序列如图 5.5 (a) 中的蓝线。在考察优化得到的脉冲对光强容错的基础上,我们同时考虑在不同的  $\mathcal{R}$  下其表现出的控制性能。如图 5.5 (b,i) 所示,我们画出了该组合脉冲容错性能的二维图,同样用保真度损失  $\mathcal{I}$  表征。我们可以看到当  $\mathcal{R} \sim 1$  时,该脉冲在光强  $\pm 50\%$  区间内都能保持保真度大于 99%; 但当反射率的偏差大于  $\sim 5\%$  之后,控制的保真度立即降低了。故我们的组合脉冲需要进一步升级以实现对于偏向比  $\beta$  容错,才能使得其对自旋波的控制对于实验中不完美的光路是鲁棒的。

另一方面,如章节 4.1 所讨论的,当我们对于碱金属原子的超精细结构多能级进行控制时,其基态之间的拉曼跃迁可将系统分解为多个  $m$ -自旋。当我们选择相对近共振的  $\Delta$  时,即  $\omega_{\text{hfs},e}$  不可忽略时,对于每一个  $m$ -自旋中的拉曼二能级动力学,其  $\delta_R^{s(m)}$  和  $\Omega_R^{(m)}$  对于不同的  $m$  都有一定的区别。这一现象将会导致对于每个  $m$ -自旋,  $\beta^{(m)}$  和  $\mathcal{A}_R^{(m)}$  均存在不同。如上述的例子中,我们是基于  $^{87}\text{Rb}$   $m = 0$  的子自旋进行优化的,然后我们同时评估该脉冲对于  $m = 0$  和  $m = 1$  的子自旋进行容错控制的保真度损失。如图 5.5 (c,i) 所示,相对于  $m = 0$

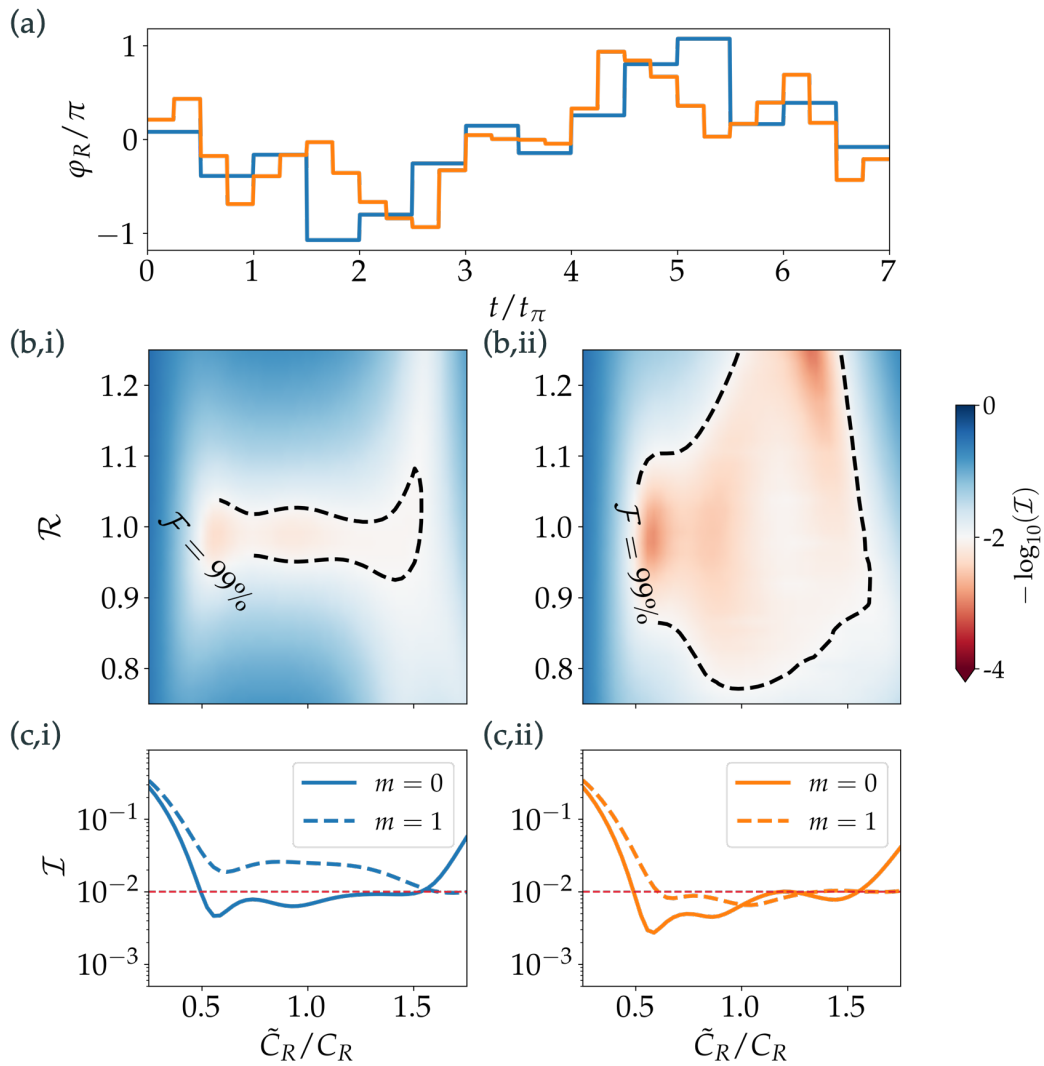


图 5.5: 仅对总体光强变化容错的  $N = 14$  组合脉冲 (i) 和进一步对偏向比容错的  $N = 28$  组合脉冲波形相位 (ii), 其他参数有为  $\Delta = 4\omega_{ab}$ ,  $\mathcal{A}_R = 7\pi$ , 它们的相位分别对应 (a) 中的蓝色和橙色实线。(b) 两种脉冲对于  $^{87}\text{Rb}$  D1 线  $m = 0$  的两个基态的拉曼控制分别关于光强变化  $\tilde{C}_R/C_R$  和广义反射率  $\mathcal{R}$  的容错性能, 用对应的保真度损失  $\mathcal{I}$  表征。其中, 我们的目标保真度  $\mathcal{F} = 99\%$  对应的范围用虚线标出。(c)  $\mathcal{R} = 1$  时, 两种脉冲对  $m = 0$  (实线) 和  $m = 1$  (虚线) 的自旋的控制保真度损失关于光强变化的关系。

的自旋，尽管脉冲对于  $m = 1$  的自旋在所需的光强变化区间的控制仍有适度的保真度 ( $\mathcal{F} > 90\%$ )，但离我们设置的 99% 的目标仍有一定的距离。

基于以上两点，我们在优化过程中进一步加入了对偏向比  $\beta$  容错的条件。由于对于容错性要求的提高，我们在原来  $N = 14$  的基础上优化得到的相位均分为两份，进而优化一个  $N = 28$  但脉冲面积不变的波形，其相位序列如 5.5 (a) 中的橙线。对于该组合脉冲，我们考量了它对于不同  $m$ ，关于光强变化以及反射率变化的情况下拉曼控制的保真度情况，同样用  $\mathcal{I}$  表征，见图 5.5 (b-c,ii)。可以看到，对于  $\mathcal{A}_R$  偏差  $\sim \pm 20\%$  的不同  $m$ -自旋，升级之后的脉冲基本能实现保真度  $\mathcal{F} > 99\%$  的控制。与上一节类似，我们这里只是给出了设计脉冲获得更好容错性的一个案例。在具体的实验中，我们可以通过评估原子样品所感受到的光强不均匀性以及光路的不完美性，并根据所需的控制保真度、控制速度以及实验室激光的功率限制等因素综合设计所需的脉冲波形。特别地，我们还可以进一步在 SU(2) 优化的基础上直接应用全能级数值模拟演化的结果进行再进一步的优化。此情况下，优化过程中的梯度不再含有简单的解析表达式，而是需要通过微扰改变某个参数，通过求最后保真度的变化来数值上求得，如

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \varphi_{R,j}} = \frac{\mathcal{F}(\varphi_{R,j} + \delta\varphi) - \mathcal{F}(\varphi_{R,j})}{\delta\varphi} \quad (5.19)$$

其中， $\delta\varphi$  为一个相对于实验室脉冲相位控制精度的小量。尽管这一优化过程受限于全能级复杂计算，会相当消耗时间。但是如果在能够较好地估计对应参数的情况下，这一过程优化得到的脉冲能够针对实验的特定情况实现更高保真度的控制。一般地，我们也将它作为脉冲优化的最后一步升级。

## 5.5 偏向转动组合脉冲的初步实验结果

实验上，基于第 4 章已经论述的实验参数，我们可以首先给出本论文工作原子样品的拉曼光强分布（不同  $m$ ），拉曼光强偏置角分布。可以看到，由于原路回射光斑模式变大，我们的原子样品不仅在光强容错性上，而且在“偏向角”容错性上有较高的要求。以下我们针对实验参数缺陷数值优化组合脉冲并传递到实验系统用于新型拉曼物质波操控的实验验证。

在实验中，我们同样利用  $^{85}\text{Rb}$  原子 D1 线的受激拉曼跃迁，其中单光子失谐量被设置为  $\Delta = -2\pi \times 15 \text{ GHz} \approx 5\omega_{\text{hfs},g}$ ，考虑由于光学延迟线带入的反射率  $\mathcal{R} \approx 0.5$ ，我们实验对应的偏向比  $\beta \sim 0.25$ 。原子样品的制备以及最后的探测细节与第 4 章所述类似。

利用前两节讨论的优化流程，我们通过二能级数值优化得到了  $R_x(\pi)$  和  $R_x(\pi/2)$  的组合脉冲波形如图 5.6 (b,d) 所示，其中橙线表示双光子拉比频率

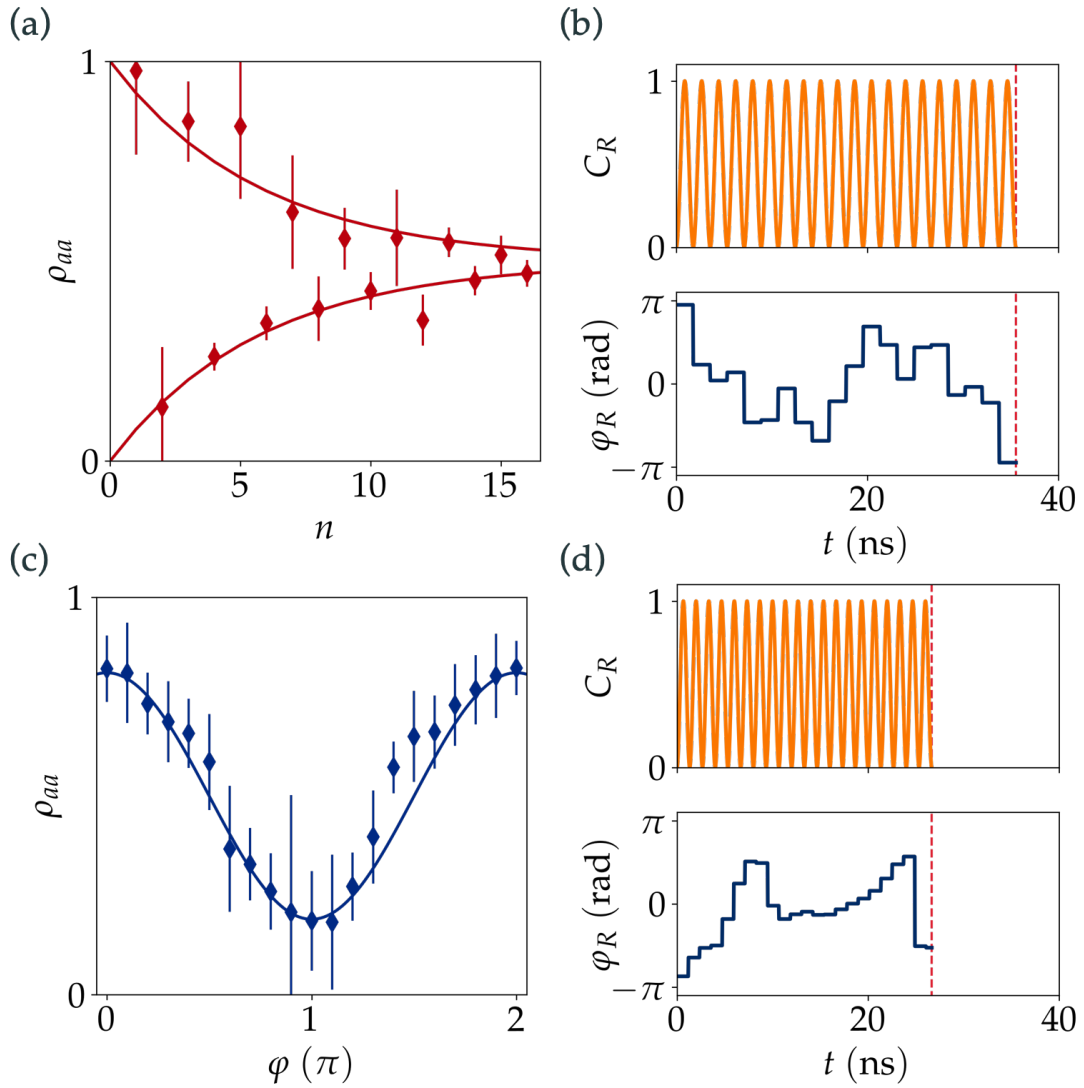


图 5.6: 偏向转动组合脉冲的初步实验结果。(a) 多个连续  $R_x(\pi)$  量子门的振荡衰减测量; (b)  $R_x(\pi)$  量子门的组合脉冲波形。(c)  $R_x(\pi/2) - R_{x(\varphi)}(\pi/2)$  的类 Ramsey 干涉测量; (d)  $R_x(\pi/2)$  量子门的组合脉冲波形。

的振幅，蓝线表示相对相位  $\varphi_R$ 。对于两个量子门控制，组合脉冲的子脉冲数  $N = 20$ ，总脉冲时长分别为 35 ns 和 25 ns，对应脉冲面积为  $\mathcal{A}_R \sim 7\pi$  和  $\mathcal{A}_R \sim 5\pi$ 。其在数值上均能实现控制场强度变化  $\pm 50\%$  的容错。

在实验中对于量子门保真度的测量，原则上需要通过量子过程层析 (quantum process tomography, QPT)<sup>[30-31]</sup> 标定。但是我们现在实验上仍处于优化组合脉冲的过程中，鉴于量子过程层析需要大量的实验测量数据，且我们暂不具备稳定的态制备方法，故我们暂时借用第 4 章的一些简化的测量过程来对我们量子门的保真度进行估计。实验中受控原子样品的制备与第 4 章的实验一致。

对于  $R_x(\pi)$  量子门的测量, 我们使用上一章绝热 SDK 的拉曼转移效率测量 (见章节 4.3.2), 通过连续多次的  $R_x(\pi)$  量子门控制, 测量布居数随控制次数  $n$  的振动衰减曲线拟合估计单次控制的保真度。实验测得的数据如图 5.6 (a) 所示, 其中红色的菱形点为约 15 次实验的平均值; 红色实线则是利用章节 4.3.2 中的无关联模型作出的预测, 其对应拉曼转移效率  $f_R \sim 92\%$ 。从绝热 SDK 实验中, 我们已知对于相似的脉冲面积, 自发辐射的退相干损失大约为  $\epsilon_{sp} \sim 1\%$ 。因此, 在此实验中, 不理想的拉曼转移主要就是由于对于不均匀样品的相干控制的不完美性造成的。对于  $R_x(\pi)$  量子门的平均保真度, 我们可以借此估计  $\mathcal{F} \sim 90\%$ 。

而对于  $R_x(\pi/2)$  量子门的测量, 我们使用章节 4.4 中的类 Ramsey 测量。我们改变两次  $\pi/2$  相干布居转动之间的相位  $\varphi$ , 第一次控制对应  $R_x(\pi/2)$ , 第二次控制变为  $R_{x(\varphi)}(\pi/2)(n(\varphi) = (\cos \varphi, -\sin \varphi, 0))$ , 通过对这一相位  $\varphi$  的扫描, 可以得到类 Ramsey 干涉的条纹, 从而利用衬比度 (contrast) 估计单次  $R_{x(\varphi)}(\pi/2)$  量子门的保真度。实验测得的数据如图 5.6 (c) 所示, 其中的菱形点对应实验测量的  $\rho_{aa}$  布居数, 而实线则对应  $b + C \cos \varphi$  的拟合, 从中可以得到干涉条纹的衬比度  $C \sim 70\%$ , 估计单次  $R_x(\pi/2)$  的保真度  $\mathcal{F} \sim \sqrt{(1+C)/2} \sim 90\%$ 。

对于实验的容错量子门保真度  $\mathcal{F} \sim 90\%$  离理论预测  $\mathcal{F} \sim 99\%$  仍有一定距离, 我们认为最大的原因在于组合脉冲对于涨落的容错性不足。在实验中原子样品的吸收像以及光学延迟线中的光束形状, 我们发现由于机械结构的振动, 循环-循环之间控制光与样品之间的相对位置存在较大的涨落。相对应地, 无论是偏向比  $\beta$  还是光强区间都存在对应的变化。对比图 5.6 偏向转动组合脉冲的实验结果与第 4 章中的图 4.5 和图 4.7 绝热 SDK 的实验结果, 我们可以发现绝热 SDK 的误差棒明显更小。绝热过程的强鲁棒性使得其受到光路相对位置偏移的影响较小; 而偏向转动的组合脉冲, 其设计是针对数值优化时所设定的参数变化区间容错, 而当实验中实际的变化范围大于设计区间时, 就会导致保真度迅速的下降。

为了解决这一问题, 我们未来一方面会系统地分析实验系统中由于振动涨落造成的控制参数变化区间, 进而设计对于实验更鲁棒的组合脉冲; 另一方面则会尝试利用每次实验时的原子吸收像和控制光成像位置, 发展一套可靠的后选择方案, 去除控制光路与原子样品位置过分偏离的数据点。在优化了控制效率之后, 我们则会利用量子过程层析的方法全面分析和表征基于偏向转动组合的拉曼物质波瞬态量子门。更近一步, 本章发展的拉曼物质波操控方案运用于高速原子干涉实验将基于实验系统在光路振动隔离及超冷原子样品制备两个方面的提升, 详见本文第 6 章的展望。

## 参考文献

- [1] KASEVICH M, CHU S. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics B*, 1992, 54(5): 321-332. DOI: 10.1007/bf00325375.
- [2] ZHOU M K, HU Z K, DUAN X C, et al. Performance of a cold-atom gravimeter with an active vibration isolator[J/OL]. *Physical Review A*, 2012, 86(4): 043630. DOI: 10.1103/PhysRevA.86.043630.
- [3] HOSTEN O, ENGELSEN N J, KRISHNAKUMAR R, et al. Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms[J/OL]. *Nature*, 2016, 529(7587): 505-508. DOI: 10.1038/nature16176.
- [4] SZIGETI S S, NOLAN S P, CLOSE J D, et al. High-Precision Quantum-Enhanced Gravimetry with a Bose-Einstein Condensate[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(10): 100402. DOI: 10.1103/physrevlett.125.100402.
- [5] SZIGETI S S, HOSTEN O, HAINE S A. Improving cold-atom sensors with quantum entanglement: Prospects and challenges[J/OL]. *Applied Physics Letters*, 2021, 118(14): 140501. DOI: 10.1063/5.0050235.
- [6] HE Y, JI L, WANG Y, et al. Atomic spin-wave control and spin-dependent kicks with shaped subnanosecond pulses[J/OL]. *Physical Review Research*, 2020, 2(4): 043418. DOI: 10.1103/physrevresearch.2.043418.
- [7] HE Y, JI L, WANG Y, et al. Geometric Control of Collective Spontaneous Emission[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(21): 213602. DOI: 10.1103/physrevlett.125.213602.
- [8] CAMPBELL W C, MIZRAHI J, QURAIISHI Q, et al. Ultrafast Gates for Single Atomic Qubits[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(9): 090502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.090502.
- [9] MIZRAHI J, SENKO C, NEYENHUIS B, et al. Ultrafast Spin-Motion Entanglement and Interferometry with a Single Atom[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(20): 203001. DOI: 10.1103/physrevlett.110.203001.

- [10] WEISS D S, YOUNG B C, CHU S. Precision measurement of  $g$ /mCs based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry[J/OL]. *Applied Physics B*, 1994, 59(3): 217-256. DOI: 10.1007/bf01081393.
- [11] MIZRAHI J, NEYENHUIS B, JOHNSON K G, et al. Quantum control of qubits and atomic motion using ultrafast laser pulses[J/OL]. *Applied Physics B*, 2014, 114(1-2): 45-61. DOI: 10.1007/s00340-013-5717-6.
- [12] ENDRES M, BERNIEN H, KEESLING A, et al. Atom-by-atom assembly of defect-free one-dimensional cold atom arrays[J/OL]. *Science*, 2016, 354(6315): 1024-1027. DOI: 10.1126/science.aah3752.
- [13] BERNIEN H, SCHWARTZ S, KEESLING A, et al. Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator[J/OL]. *Nature*, 2017, 551(7682): 579-584. DOI: 10.1038/nature24622.
- [14] LEVINE H, KEESLING A, OMRAN A, et al. High-Fidelity Control and Entanglement of Rydberg-Atom Qubits[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(12): 123603. DOI: 10.1103/physrevlett.121.123603.
- [15] LEVINE H, KEESLING A, SEMEGHINI G, et al. Parallel Implementation of High-Fidelity Multiqubit Gates with Neutral Atoms[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(17): 170503. DOI: 10.1103/physrevlett.123.170503.
- [16] ASENBAUM P, OVERSTREET C, KIM M, et al. Atom-Interferometric Test of the Equivalence Principle at the 10–12 Level[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(19): 191101. DOI: 10.1103/physrevlett.125.191101.
- [17] HAMILTON P, JAFFE M, BROWN J M, et al. Atom Interferometry in an Optical Cavity[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(10): 100405. DOI: 10.1103/physrevlett.114.100405.
- [18] JAFFE M. *Atom interferometry in an optical cavity*[D]. University of California, Berkeley, 2018.
- [19] KHANEJA N, REISS T, KEHLET C, et al. Optimal control of coupled spin dynamics: design of NMR pulse sequences by gradient ascent algorithms [J/OL]. *Journal of Magnetic Resonance*, 2005, 172(2): 296-305. DOI: 10.1016/j.jmr.2004.11.004.



- [20] MA Y, HUANG X, WANG X, et al. Precise pulse shaping for quantum control of strong optical transitions[J/OL]. *Optics Express*, 2020, 28(12): 17171. DOI: 10.1364/oe.389700.
- [21] MAGESAN E, GAMBETTA J M, EMERSON J. Characterizing quantum gates via randomized benchmarking[J/OL]. *Physical Review A*, 2012, 85(4): 042311. DOI: 10.1103/physreva.85.042311.
- [22] KINGMA D P, BA J. Adam: A Method for Stochastic Optimization[A]. 2014. arXiv:1412.6980.
- [23] RONG X, GENG J, SHI F, et al. Experimental fault-tolerant universal quantum gates with solid-state spins under ambient conditions[J/OL]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 8748. DOI: 10.1038/ncomms9748.
- [24] SAYWELL J, CAREY M, KUPROV I, et al. Biselective pulses for large-area atom interferometry[J/OL]. *Physical Review A*, 2020, 101(6): 063625. DOI: 10.1103/physreva.101.063625.
- [25] SAYWELL J, CAREY M, BELAL M, et al. Optimal control of Raman pulse sequences for atom interferometry[J/OL]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2020, 53(8): 085006. DOI: 10.1088/1361-6455/ab6df6.
- [26] ZHOU L, LONG S, TANG B, et al. Test of Equivalence Principle at  $10^{-8}$  Level by a Dual-Species Double-Diffraction Raman Atom Interferometer [J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(1): 013004. DOI: 10.1103/physrevlett.115.013004.
- [27] QIU L, JI L, HE Y, et al. Delay-line based adiabatic spin-dependent kicks on a hyperfine manifold[A]. 2022. arXiv:2202.09709.
- [28] SUGARBAKER A. Atom interferometry in a 10 m fountain[D]. Stanford University, 2014.
- [29] PERRIN I, BERNARD J, BIDEL Y, et al. Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency-chirped laser[J/OL]. *Physical Review A*, 2019, 100(5): 053618. DOI: 10.1103/physreva.100.053618.

- [30] NIELSEN M A, CHUANG I. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge University Press, 2000.
- [31] HOWARD M, TWAMLEY J, WITTMANN C, et al. Quantum process tomography and Linblad estimation of a solid-state qubit[J/OL]. New Journal of Physics, 2006, 8(3): 33. DOI: 10.1088/1367-2630/8/3/033.

# 第 6 章 总结与展望

## 工作总结

本论文工作的科研目标是发展宏观原子样品物质波的精密拉曼操控技术。在分析了原子干涉类及离子阱类传统拉曼操控方案后，笔者提出运用组合脉冲方案克服大样品照明不均导致的操控强度展宽，跳出 Chu-Kasevich 方案的拉曼工作区间，选择相对远失谐的单光子失谐量（中等失谐区间，一般数倍于基态超精细结构分裂）来支持二分量物质波瞬态任意量子门操作的纳秒级多脉冲容错实现。为在该失谐区间下实现高精度拉曼操控，我们放弃基于频谱调整的斯塔克移动静态消除思路，而是考虑借助高速操控抑制低频噪声，在时域上利用组合脉冲全面消除衍射相位及多能级自旋泄露动力学对拉曼操控的影响。沿着这个思路，本博士工作在实验和理论方面作了如下工作：

- 搭建了一套基于光学延迟的冷原子偶极阱拉曼物质波操控平台。其中任意波形脉冲由基于 fEOM 边带调制的高带宽光学任意波形发生系统产生，其带宽  $\sim 7\text{GHz}$  且在亚纳秒尺度上波形任意可调的光学脉冲序列；通过聚焦于原子样品，脉冲的峰值拉曼拉比频率  $\sim 2\pi \times 200\text{MHz}$ ；光学延迟线时长为  $\tau_d = 140.37\text{ns}$ 。利用此平台，我们可以保证回射光路的相位稳定性及光子反冲动量方向切换能力，并首次通过空间分辨的纳秒脉冲对大原子样品实现纳秒级定向拉曼操控。
- 利用预编程的啁啾脉冲序列，我们对于  $^{85}\text{Rb}$  冷原子气体在中等失谐条件下在  $\tau_c = 40\text{ns}$  内实现了拉曼转移效率  $f_R = 98.8(5)\%$  的绝热自旋相关动量转移 (SDK) 操作；进一步，结合光子反冲动量及超精细结构布居转移的测量和精密建模数据分析，我们证明了该 SDK 操作所对应量子控制的通道保真度为  $f_{\text{SDK}} \approx 97.6(3)\%$ ，仅受限于自发辐射 ( $\sim 2\%$ ) 及相干自旋泄露 ( $\sim 0.5\%$ )。该工作是迄今为止对介观样品速度最快，效率最高的拉曼物质波操控（之前为  $25\mu\text{s}$  内实现  $96\%$  的效率）。进一步，我们利用 Ramsey 干涉实验定性验证了双绝热 SDK 的精准动态相位消除。

- 为了应对光学延迟线中反射光学损失所造成的非平衡拉曼跃迁以及超精细多能级结构中存在的相干自旋泄漏，我们提出了平衡啁啾交替的脉冲序列以抑制误差积累，并基于真实原子结构的多分量物质波模拟验证了该序列可以作为物质波瞬态相位门。在我们的实验条件下，在经历该类相位门对应的用于增强 Mach-Zehnder 干涉仪面积的多光子动量转移 ( $80\hbar k_R$ ，即灵敏度提升约 160 倍) 后仍保持自发辐射限制的干涉衬比度，且几乎不引入额外的衍射相位 ( $\delta\Phi < 0.1 \text{ rad}$ )，同时该类指标随单光子失谐量增大可以进一步提高。相比于之前实验上最好的  $12\hbar k_R$  分束即丧失了干涉衬比度的拉曼原子干涉仪<sup>[1]</sup>，我们的方案有望真正实现极大动量转移的原子干涉。
- 在上述的中等失谐条件下，我们将原子自旋态演化总结为等效拉曼拉比矢量被斯塔克频移所偏置的“偏向转动”。对于这一工作区间，我们数值上证明了通过对组合脉冲相位的编程，可以实现光强误差和动态相位精确消除的任意瞬态物质波量子门，对于照明不均匀性在  $\pm 50\%$  区间内的原子系综仍能实现总体保真度大于 99%。同时，我们建立了一套由基于 SU(2) 动力学优化出发到实验真实原子多能级拉曼控制实现的标准流程，并在实验上初步测试了  $\pi$  和  $\pi/2$  转动瞬态量子门，估计保真度约  $\sim 90\%$ 。

## 对本文研究工作的一些展望

本论文工作从理论和实验两个方面探索了在中等单光子失谐工作区间内高效驱动拉曼跃迁，并通过绝热和组合脉冲技术，动态消除光强不均匀性和动态相位的误差，以实现拉曼物质波的精密操控。对于理论部分，本文的工作相对完备；而对于实验部分，无论是原子干涉仪的完整实现亦或是物质波任意瞬态量子门的实验实施，均存在一定的不足。而为了真正实现完全由精密拉曼物质波控制脉冲所组成的大动量转移原子干涉仪，本文已在第 3 章、第 4 章和第 5 章对应的章节给出了对应的讨论，现在在这里给出总结和补充：

首先最短期工作，如 5.5 节所述我们正在尝试的，是一方面通过后选择解决光路振动问题，另一方面设计对于实验系统容错要求具针对性的组合脉冲，来使得偏向转动的拉曼物质波任意量子门的保真度更接近理论预期的结果 ( $\mathcal{F} \sim 99\%$ )。在此基础上，我们将会尝试在温度更低的  $^{87}\text{Rb}$  原子样品上（通过蒸发冷却，现在温度大约能达到数个  $\mu\text{K}$ ）实现容错拉曼物质波控制，以减少原子干涉“询问”时间中样品的膨胀，从而能够真正实现由精密拉曼物质波操控实现分束、重定向和合束的原子干涉仪。

接下来，为了能够对更大的原子样品实现更高速、更鲁棒的操控，并且在原

子长时间自由飞行后仍能保持在光强容错区间内,我们将会致力于提升脉冲的峰值功率:其中一个方案是仍然沿用当前的脉冲整形技术,通过将环形激光器<sup>1</sup>注入 fEOM 以提高输出脉冲的瞬时功率;另一个方案则是通过对锁模激光器皮秒脉冲输出进行整形<sup>[2]</sup>来实现组合脉冲。我们预期这两种方案特别是后者,能在功率上实现数量级的提高。最后,本论文发展的一系列物质波操控技术的原子干涉应用将同时依赖于对我们的光路系统的简化以及隔振能力的提升。

如绪论所讨论,对密度分布范围超越光学波长的宏观原子样品实现高保真 ( $\mathcal{F} > 99\%$ ) 的拉曼物质波操控对于许多领域都能发挥重大的作用。在传统精密测量领域<sup>[3-4]</sup>,高速、高精度、相干误差积累抑制的拉曼动量转移技术可推动大动量分束技术在高带宽原子干涉测量中的实际应用<sup>[5-8]</sup>。同时,利用精密拉曼物质波控制可以将自旋空间的内态压缩<sup>[9]</sup>尽可能无损地转移到动量空间的压缩,以突破惯性测量的散粒噪声极限<sup>[10-11]</sup>,为下一代对单体操控保真度要求苛刻的多体量子增强原子干涉技术做好技术准备<sup>[12-14]</sup>。结合高功率可编程脉冲激光技术发展<sup>[2]</sup>则可推动该类方案的大腰宽光束实现,使得以上两种原子干涉的测量相位精密度均有机会产生数量级上的提高,同时为未来以原子干涉技术寻找暗物质<sup>[15]</sup>、暗能量<sup>[16-17]</sup>,研究物理定律<sup>[18-20]</sup>,进阶的引力波探测<sup>[21]</sup>等提供重要的技术支持。

另一方面,对于类碱金属原子基态近速度极限的二分量拉曼控制通常对应于亚纳秒级的自旋操控,其时间远小于许多超冷原子多体体系的热力学弛豫时间,因此可以作为一个极佳的研究淬火动力学的工具<sup>[22]</sup>。同时,高精度的自旋-运动操控在超冷原子/离子阱体系的量子计算中对于量子比特门的实现、量子比特态的读取中也能成为重要的工具<sup>[23-24]</sup>。

---

<sup>1</sup>Spectral-Physics Matisse 2 TX

## 参考文献

- [1] SUGARBAKER A. Atom interferometry in a 10 m fountain[D]. Stanford University, 2014.
- [2] MA Y, HUANG X, WANG X, et al. Precise pulse shaping for quantum control of strong optical transitions[J/OL]. *Optics Express*, 2020, 28(12): 17171. DOI: 10.1364/oe.389700.
- [3] KASEVICH M, CHU S. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer[J/OL]. *Applied Physics B*, 1992, 54(5): 321-332. DOI: 10.1007/bf00325375.
- [4] WEISS D S, YOUNG B C, CHU S. Precision measurement of  $g$  based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry[J/OL]. *Applied Physics B*, 1994, 59(3): 217-256. DOI: 10.1007/bf01081393.
- [5] MCGUIRK J M, SNADDEN M J, KASEVICH M A. Large Area Light-Pulse Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(21): 4498-4501. DOI: 10.1103/physrevlett.85.4498.
- [6] KOTRU K, BUTTS D L, KINAST J M, et al. Large-Area Atom Interferometry with Frequency-Swept Raman Adiabatic Passage[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(10): 103001. DOI: 10.1103/physrevlett.115.103001.
- [7] JAFFE M, XU V, HASLINGER P, et al. Efficient Adiabatic Spin-Dependent Kicks in an Atom Interferometer[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(4): 040402. DOI: 10.1103/physrevlett.121.040402.
- [8] JAFFE M. Atom interferometry in an optical cavity[D]. University of California, Berkeley, 2018.
- [9] HOSTEN O, ENGELSEN N J, KRISHNAKUMAR R, et al. Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms[J/OL]. *Nature*, 2016, 529(7587): 505-508. DOI: 10.1038/nature16176.
- [10] SALVI L, POLI N, VULETIĆ V, et al. Squeezing on Momentum States for Atom Interferometry[J/OL]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(3): 033601. DOI: 10.1103/physrevlett.120.033601.

- [11] ANDERS F, IDEL A, FELDMANN P, et al. Momentum Entanglement for Atom Interferometry[A]. 2020. arXiv:2010.15796.
- [12] SZIGETI S S, NOLAN S P, CLOSE J D, et al. High-Precision Quantum-Enhanced Gravimetry with a Bose-Einstein Condensate[J/OL]. Physical Review Letters, 2020, 125(10): 100402. DOI: 10.1103/physrevlett.125.100402.
- [13] SZIGETI S S, HOSTEN O, HAINE S A. Improving cold-atom sensors with quantum entanglement: Prospects and challenges[J/OL]. Applied Physics Letters, 2021, 118(14): 140501. DOI: 10.1063/5.0050235.
- [14] GREVE G P, LUO C, WU B, et al. Entanglement-Enhanced Matter-Wave Interferometry in a High-Finesse Cavity[A]. 2021. arXiv: 2110.14027.
- [15] ABE M, ADAMSON P, BORCEAN M, 等. Matter-wave Atomic Gradiometer Interferometric Sensor (MAGIS-100)[J/OL]. Quantum Science and Technology, 2021, 6(4): 044003. DOI: 10.1088/2058-9565/abf719.
- [16] HAMILTON P, JAFFE M, HASLINGER P, et al. Atom-interferometry constraints on dark energy[J/OL]. Science, 2015, 349(6250): 849-851. DOI: 10.1126/science.aaa8883.
- [17] SABULSKY D, DUTTA I, HINDS E A, et al. Experiment to Detect Dark Energy Forces Using Atom Interferometry[J/OL]. Physical Review Letters, 2019, 123(6): 061102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.061102.
- [18] ZHOU L, LONG S, TANG B, et al. Test of Equivalence Principle at  $10^{-8}$  Level by a Dual-Species Double-Diffraction Raman Atom Interferometer [J/OL]. Physical Review Letters, 2015, 115(1): 013004. DOI: 10.1103/physrevlett.115.013004.
- [19] ROSI G, D' AMICO G, CACCIAPUOTI L, et al. Quantum test of the equivalence principle for atoms in coherent superposition of internal energy states[J/OL]. Nature Communications, 2017, 8(1): 15529. DOI: 10.1038/ncomms15529.
- [20] ASENBAUM P, OVERSTREET C, KIM M, et al. Atom-Interferometric Test of the Equivalence Principle at the  $10^{-12}$  Level[J/OL]. Physical Review Letters, 2020, 125(19): 191101. DOI: 10.1103/physrevlett.125.191101.

- [21] GRAHAM P W, HOGAN J M, KASEVICH M A, et al. New Method for Gravitational Wave Detection with Atomic Sensors[J/OL]. Physical Review Letters, 2012, 110(17): 171102. DOI: 10.1103/physrevlett.110.171102.
- [22] EISERT J, FRIESDORF M, GOGOLIN C. Quantum many-body systems out of equilibrium[J/OL]. Nature Physics, 2015, 11(2): 124-130. DOI: 10.1038/nphys3215.
- [23] WU T Y, KUMAR A, GIRALDO F, et al. Stern–Gerlach detection of neutral-atom qubits in a state-dependent optical lattice[J/OL]. Nature Physics, 2019, 15(6): 538-542. DOI: 10.1038/s41567-019-0478-8.
- [24] LEVINE H, KEESLING A, OMRAN A, et al. High-Fidelity Control and Entanglement of Rydberg-Atom Qubits[J/OL]. Physical Review Letters, 2018, 121(12): 123603. DOI: 10.1103/physrevlett.121.123603.



# 攻读学位期间的研究成果

1. “Precise spinor matterwave control with nanosecond adiabatic spin-dependent kicks,” L. Qiu, L. Ji, Y. He, J. Hu, Y. Wang and S. Wu, arXiv 2202.09709 (2022). (submitted to PRX Quantum)
2. “Composite picosecond control of atomic state through a nanofiber interface,” Y. Ma, R. Liu, L. Ji, L. Qiu, S. Wu, D. Su, Y. Zhao, N. Yao and W. Fang, arXiv 2203.06716 (2022). (submitted to Phys. Rev. Applied)
3. “Composite acousto-optical modulation,” R. Liu, Y. Ma, L. Ji, L. Qiu, M. Ji, Z. Tao and S. Wu, arXiv 2110.15537 (2022). (accepted by Optics Express)
4. “Imaging moving atoms by holographically reconstructing the dragged slow light,” Y. Wang, J. Zhao, X. Huang, L. Qiu, L. Ji, Y. Ma, Y. He, J. Sobol and S. Wu, arXiv 2105.14832 (2021). (submitted to Phys. Rev. Applied)
5. “Unraveling disorder-induced optical dephasing in an atomic ensemble ,” Y. He, Q. Cai, L. Ji, Z. Fang, Y. Wang, L. Qiu, L. Zhou, S. Wu, S. Grava and D. E. Chang, arXiv 2101.10779 (2021). (submitted to Phys. Rev. Lett)
6. “Geometric Control of Collective Spontaneous Emission,” Y. He, L. Ji, Y. Wang, L. Qiu, J. Zhao, X. Huang, Y. Ma, S. Wu and D. E. Chang, Phys. Rev. Lett. 125, 213602 (2020).
7. “Atomic spin-wave control and spin-dependent kicks with shaped subnanosecond pulses,” Y. He, L. Ji, Y. Wang, L. Qiu, J. Zhao, X. Huang, Y. Ma, S. Wu and D. E. Chang, Phys. Rev. Res. 2, 043418 (2020).
8. “Precise pulse shaping for quantum control of strong optical transitions,” Y. Ma, X. Huang, X. Wang, L. Ji, Y. He, L. Qiu, J. Zhao, Y. Wang and S. Wu, Optics Express. 28, 17171 (2020).
9. “基于多重 4F 成像的高带宽复合声光调制方法”, CN202110999442.1 (2021).
10. “一种交流磁光阱的制备方法”, CN201611146689.4 (2016).



# 致谢

从本科进入复旦，眨眼间我已在这里度过了十年的时光。如今博士生涯即将结束，回首六年来的经历，尽管过程曲折，但它不仅仅丰富了我的专业知识、训练了我的思维能力，更重要的是培养了我面对挫折时的勇气。在此，我要感谢一路上陪伴我的人们，本论文的完成离不开你们在各方面的帮助和支持！

首先我要感谢我的导师吴赛骏教授从始至终在生活上的关心和在研究中的指导。吴老师有着深厚的理论功底和丰富的实验经验，我从他身上不仅学到了专业知识，也学到了分析和解决问题的能力；同时，他还对我们所研究的领域有着广阔的视野，每次和吴老师的交流都能使我获益匪浅；更重要的是，吴老师严谨的科研风格和百折不挠的精神让我深深佩服，他会一直是我未来奋斗的榜样。

感谢所有复旦大学冷原子与量子控制课题组的同学们。感谢赵健和王玉琢师兄，感谢何亦尊、季灵晶、马昱迪、黄幸、胡江勇、刘瑞娟等同学的帮助。本文的工作涉及实验搭建与数据采集、理论分析与模拟等多方面工作，而这些大多是课题组的集体工作。尤其感谢何亦尊、季灵晶和胡江勇同学，本文以及我其他相关工作的实验中，他们的贡献、帮助与支持尤为重要。

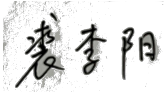
特别地，我要感谢我的父母。感谢他们多年来的养育，以及他们对我所有选择的理解与支持。我知道无论发生什么，他们都会坚定站在我身后，成为我前行路上的坚实后盾。

最后，统一感谢那些爱我的人和我爱的人，涓涓细流汇成大海，没有这些他们给予我的力量，我不可能走到这里。谨以此文献给他们，也献给我奋斗的青春！

# 复旦大学

## 学位论文独创性声明


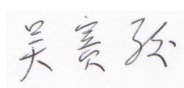
本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。论文中除特别标注的内容外，不包含任何其他个人或机构已经发表或撰写过的研究成果。对本研究做出重要贡献的个人和集体，均已在论文中作了明确的声明并表示了谢意。本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：  日期： 2022.7.1

# 复旦大学

## 学位论文使用授权声明

本人完全了解复旦大学有关收藏和利用博士、硕士学位论文的规定，即：学校有权收藏、使用并向国家有关部门或机构送交论文的印刷本和电子版；允许论文被查阅和借阅；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。涉密学位论文在解密后遵守此规定。

作者签名：  导师签名：  日期： 2022.7.1